

# Liczby – początki

wg. „Dzieje liczby” Georges Ifrah

# Prehistoria liczb

Gdzie i kiedy zaczęła się ta przygoda ludzkiej inteligencji?

W Azji, w Europie czy gdzieś w Afryce?

W epoce człowieka z Cro-Magnon sprzed 30 tysięcy lat?

W dobie człowieka neandertalskiego sprzed blisko 50 tysięcy lat?

Czy może sto lub pięćset tysięcy, albo zgoła milion lat temu?

Nic o tym nie wiemy. To zdarzenie ginie w mroku czasów prehistorycznych.

Jest rzeczą pewną, że był taki czas, kiedy istota ludzka zupełnie nie umiała liczyć. Oto dowód:

istnieją jeszcze teraz ludzie niezdolni pojąć żadnej liczby abstrakcyjnej i nie wiedzący, że dwa i dwa to cztery.

# Liczby „intuicyjne”

W naszych czasach są jeszcze plemiona „prymitywne”, na zerowym szczeblu poznania liczb.

Zulusi i Pigmeje w Afryce, szczepy Aranda i Kamilarai w Australii, krajowcy z Wysp Murraya i Botokudzi w Brazylii. Jeden, dwa i... dużo to jedyne wartości liczbowe – znają tylko dwie nazwy „liczb” we właściwym sensie: jeden dla przedmiotu pojedynczego i dwa dla pary.

Liczby trzy i cztery to coś w rodzaju dwa-jeden i dwa-dwa.

Dalej – już tylko jakościowo: dużo, kilka, masa, mnóstwo ... albo obrazowo:

„... tego jest bez liku, jak włosów na głowie ...”

## Liczby „intuicyjne”, c.d.

Takie cywilizacje nie pojmują liczby w sensie abstrakcyjnym, lecz raczej „odczuwają” ją tak, jak się postrzega zapach, barwę, dźwięk . . . .

Liczba sprowadza się do ogólnego, mało precyzyjnego pojęcia „wielości materialnej”,

oznacza coś, czego nie można oddzielić od natury istot lub przedmiotów, których dotyczy.

Znaczy to, że ci ludzie nie uświadamiają sobie, że zbioru pięciu ludzi, pięciu koni, pięciu owiec, pięciu bizonów, pięciu palców, pięciu orzechów lub pięciu łodzi mają *pewną cechę wspólną*, tę mianowicie, że „jest ich pięć”.

„Sztuka liczenia” nie wykracza tu poza percepcję bezpośrednią liczby lub prościej pewne *poczucie numeryczne* – zdolność naturalną, której nie należy mieszać z umiejętnością *abstrakcyjnego liczenia* — zjawiskiem *mentalnym*, złożonym i stanowiącym względnie niedawne osiągnięcie umysłu ludzkiego.

# Jeden, dwa – NAI pierwsze liczby

Nasz daleki przodek mógł najwyżej dostrzegać wyraźną różnicę między jednością, parą i wielością.

„Jeden” i „dwa” są bezsprzecznie pierwszymi pojęciami numerycznymi zrozumiałymi dla istoty ludzkiej.

„Jeden” to po prostu JA – osoba ludzka w łonie grupy społecznej; jej własna samotność w obliczu życia i śmierci. To także symbol człowieka pionowo stojącego (jedynej żywej istoty, która to potrafi), symbol męskiego członka, który odróżnia mężczyznę od kobiety.

„Dwa” to oczywista dwoistość płci i widoczna symetria ciała ludzkiego.

To jest także symbol opozycji, dopełniania się, podziału, rywalizacji, konfliktu, antagonizmu. „Dwa” występuje w pojęciu życia i śmierci, dobra i zła, prawdy i fałszu, ...

# Jeden, dwa – lingwistyczne pozostałości

Ślady tych pierwotnych rozróżnień to choćby rozróżnienia gramatyczne między liczbą pojedynczą, podwójną i mnogą. W starożytnej grece *ho tykos* znaczyło „wilk”, *to lyko* „dwa wilki”, *hoj lykoj* – „wilki”.

We współczesnym arabskim podobnie *radżulun* to „człowiek” *radżulani* – „dwóch ludzi” *ridżalun* – „ludzie”.

Ortografia hieroglifów w Egipcie faraonów — powtarza trzy razy ten sam hieroglif lub dodaje trzy pionowe kreski do odpowiedniego obrazka (piktogramu) nie tylko wtedy, gdy chodzi o trzy istoty lub przedmioty, lecz ogólniej, by zaznaczyć, że jest ich wiele.

W starym języku chińskim pojęcie lasu wyrażano powtarzając trzy razy piktogram drzewa, a pojęcie tłumu – rysując trzy razy obrazek człowieka.

Wyrazami określającymi 1, 2, 3 w języku Sumerów były: *gesh*, *min* i *esh*: pierwszy z nich oznaczał także człowieka, mężczyznę i członek męski, drugi także kobietę, słowo *esh* (trzy) znaczyło również „dużo” i służyło zwykle jako przyrostek tworzący liczbę mnogą (jak np. „s” po angielsku). W języku francuskim mamy podobieństwo między słowem *trois* (trzy), przysłówkiem *très* (bardzo) oznaczającym wzmocnienie przymiotnika lub przysłówka i przedrostkiem pochodzenia łacińskiego *trans* wyrażającym wyjście poza pewien obręb (transcendencja).

W starej francuszczyźnie *très* używane było jako przyimek w sensie „aż do”, a czasownik *transir* oznaczał „wyjść na zewnątrz”.

W łacinie wyraz *tres* (trzy) i przedrostek *trans* miały ten sam rdzeń; słowo *ter* znaczyło nie tylko „trzy razy”, ale także wyrażało pewną wielość, mnogość.

Po angielsku *thrice* ma dwa znaczenia: „trzy razy” i „wiele”; słowo *three* (trzy), *throng* (tłum) i *through* (przez, skroś) mają najwyraźniej to samo pochodzenie językowe.

Stary wyraz saski *thria* (trzy), z którego powstało ang. *three* i germańskie słowa *dri*, *drio* i *driu*, a w następstwie niemieckie *drei*, ma rdzeń wspólny ze słowem *throp* (kupa, stos), używanym niegdyś w języku frankońskim.

Z tego *throp* pochodzi francuski przysłówek *trop* i włoski *troppo*, słowo ze średniowiecznej łaciny *troppus* (stado, grupa), z którego pochodzą francuskie *troupe* i *troupeau*, hiszpańskie *tropa*, włoskie *truppa*, angielskie *troop* i niemieckie *Trupp*.

Od czasów zamierzchłych liczba trzy była synonimem wielości, mnogości, nagromadzenia, przekraczania granic, stanowiła pewien próg nie dający się pojąć ani określić. Znaczy to, że w umyśle człowieka odkrycie liczb zatrzymało się najpierw na dwójce.



# Granice poczucia liczby

Tę granicę na poziomie dwa (czasem: trzy) można odnaleźć w kształtującym się umyśle dziecka, a także u „inteligentnych” zwierząt (ptaków – np. historyjka o kuku).  
Sami potrafimy „na pierwszy rzut oka” już nieco lepiej kwantyfikować – pięć, sześć, dziewięć, ...

Ale już dla grupy 10 (około) samochodów, rowerów, schodów będziemy mieli trudności z precyzją.

Te trudności znajdują swoje odzwierciedlenie w fleksji – np. łacińskie (niemieckie też!) liczebniki 1, 2, 3 i 4 mają odmianę (i rodzaj); powyżej czterech już nie.

Imiona nadawane przez Rzymian męskim (dziewczynki nie miały wtedy imion!) miały aż do czwartego z kolei syna brzmienie, które je wyróżniało jako imiona własne: Appius, Aulus, Gaius, Lucius, Marcus, Servius itd.

Począwszy od piątego synów po prostu numerowano: *Quintus*, *Sextus*, *Octavius*, *Decimus*, albo i *Numerius*.

Quintus Horatius Flaccus albo Decimus Iunius Iuvenalis.

Tylko cztery pierwsze miesiące pierwotnego roku rzymskiego (Romulusa) miały swoje szczególne nazwy (*Martius*, *Aprilis*, *Maius*, *Iunius*); także dodane później *Ianuarius* i *Februarius* — nazwy dalszych były po prostu numerami porządkowymi: *Quinctilis*, *Sextilis*, *September*, *October*, *November*, *December*.

# Pierwsze techniki

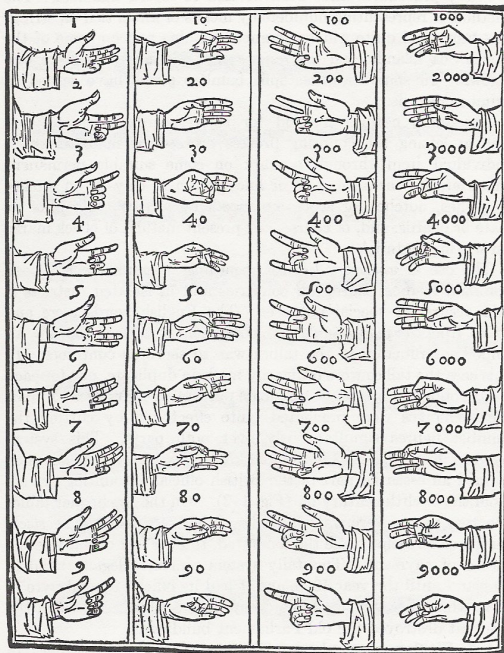
Podstawowa technika liczenia to *metoda odpowiedniości* – *bijekcja* pomiędzy zbiorem obiektów do policzenia (np. biletów do sprzedania) a zbiorem referencyjnym (kratki na diagramie sali).

Odnajdujemy je dzisiaj w modlitwie (islam, katolicyzm), ale także – jeszcze niedawno – w zliczaniu owiec wysłanych na redyk.

Pierwszy i podstawowy „zbiór referencyjny” – nasze ciało.

Pięć + pięć palców (+ 10 palców u nóg).

Są też koncepcje wyprowadzenia systemu 12-stkowego, a nawet 60-tkowego od palców obu dłoni.



# Pierwsze techniki

Indianie Ameryki Północnej używali 20 palców!  
Co liczono?

- sztuki bydła *pecunia*
- przyjaciół ...
- ... i wrogów,
- a także ich wyposażenie bitewne.
- Pieniądze!!!

Jak powstawały *Systemy liczbowe* ?

- dziesiętny
- dwudziestkowy np. Majowie  
 $20$ ,  $20 \times 18$ ,  $20^2 \times 18$ ,  $20^3 \times 18$ , ...
- oparty o bazę 60?

# Pierwsze techniki – lingwistyka

język angielski:

*eleven twelve*

*hundred* (10 razy) romańskie: *centum*

tysiąc *germ. „duże sto”* – ogólnie olbrzymie zróżnicowanie w różnych językach (nie-romańskich) (późno wykształcone?)

lepsze było:  $10 \times 100$   $20 \times 50$

Słaba konsystencja: chciałoby się:

$$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0; a_i \in [0, 9]$$

ale np. Walia

$$16 = 15 + 1, \quad 17 = 15 + 2, \quad 18 = 9 \times 2, \quad 19 = 15 + 4.$$

łacina: *un-de-viginti* (19) *duo-de-sexaginta* (58).

francuski: *soixante-dix, quatre-vingt*

# Pocziwa jedynka

*polskie*: jeden *ed-in* (partyk. wzmacn *ed-* i *in*)

prastowo *e(i)n*, *unus*

*angielskie*: one alone (=all one) only (=one-like)

*łacina i inne*: universum uniform unia (por. *ang.* onion)

*łac.* uncia 1/12 asa → *ang.* *inch*, *uncja*, też: pismo uncjalne

*greckie* monos → monopol, monolit, monogram *ang* monk

jednorodny, jednoimienny, jednoznaczny i ... jednostajny



# Przyjazna dwójka

prastłowo

*angielskie*: two (*fem*) ale też: twain (*masc*)

–**tw**–: between betwixt

także: **twist twine** (sznurek) **twill** → **tweed twin twig**

*greckie*: dydymos (por. neo- i praeo-dym = bliźniaki lantanu)

*łac.*: duplus → double (też *franc.* doublon)

duet duel dylemat

*łac.* bis ( z duis = dwa razy) dało np. biskwit biceps binokle

bifurkacja bisekcja bijekcja

oczywiście duis → dys- , dy- (roz-, od-):

dysproporcja dysjunkcja dyshonor dyskredytacja dygresja

*deuce* = dwójka (karty, tenis) i jeszcze:

par(a)- (parytet, paralelizm, parabola a nawet pornografia)

ambi- (amfiteatr, amfibia, ambiwalencja, *ambidextrous*)



# Trójka aferzystka

prastłowo

*ang.*: tribe ale także kontrybucja (=podatek plemienia)

stąd: dystrybucje i retribucje.

triumfalny od muzyki „na trzy” w procesji bachicznej (??)

triumwirat

ale na pewno *łac.*: trivium trymestr tercja  
( np. 3. godzina kanonicznego dnia, czyli 9.)

3

# Czwórka do kompletu

prasłowo *łac.*: quattuor, quartus *quadrus grec.* téttares  
por. *polskie*: kwarta (=1/4 garnca, ok. 1 litr, albo 1/4 skojca  
kwarciane wojsko (sejm 1562/63) kwartał  
*lac.*: ex quadrem dało szwadron, eskadrę, kadryl  
quadrivium + trivium = 7 sztuk wyzwolonych  
z kolei *greck.* téttares → tetra: tetrapoda tetrarcha  
w matematyce: kwadratowy to – nie do końca logicznie –  
związany z drugą potęgą  
(kłania się grecka geometria).



# Poręczna piątka

prasłowo *łac.*: quinque, quintus, *greckie* pénte.

polskie: pięć, kwinta, kwintesencja

(obok czterech „podstawowych”:  
ziemi, powietrza, wody i ognia)

też: pentagon, pentagram (też. *ang.* pentacle),  
poncz (*ang.* punch), Pendżab, Pentateuch.

5

# Doskonała szóstka

prasłowo *łac.*: sex, sextus, *greckie* héks.

dużo słów: Kaplica Sykstyńska (Sykstus IV, 1414–1484)

sekstans (=1/6 koła)

sekstyna (= 6 zwrotek po 6 wierszy)

sjesta (= 6. godzina kanoniczna)

semestr aksamit.

doskonała ???

A large, light gray, stylized number '6' is positioned on the right side of the slide. It has a thick, rounded top and a curved bottom, resembling a calligraphic or decorative font.

# Siódemka i reszta

*łac.*: septem, septus, *greckie* hépta.

*łac.*: octo, octus, *greckie* okto.      *łac.*: nonus,

*łac.*: decem *greckie* deka.

Nazwy miesięcy w językach „europejskich”

np. September, October, November, December

(dawne *łac.* Quintilis i Sextilis zmieniono)

Też imiona (por. Oktawiusz)

szabat *franc.* semaine też *włoskie i hiszp.* a polski tydzień?

oktawa      Enneady Plotyna *ang.* noon (nona)

dekalog dekameron *ang.* dime (= dziesięcina) dziekan

7 8 9 10

# –nastki, –estki i –dziesiątki

*ang.* eleven i twelve to polskie jedenaście i dwanaście  
ale potem angielski system się zmienia – polski nie.  
podobnie w systemie francuskim 11–16 i 17–18.

*ang.* fortnight i *franc.* quinzaine  
już było *ang.* score = nacięcie → zliczanie → 20.  
por Psalm 90.

21 – to polskie oko, *ang.* pontoon *amer.* blackjack  
kwarantanna

Pentecost Quadragesima Quinquagesima Sextagesima i  
Septuaginta (Aleksandria, 3 w. pCh., Ptolemeusz Filadelf)

*ang.* hundred, *greckie* hekaton, *gotyckie* hund, *łac.* centum.  
*ang.* centipede i millipede to nasze krocionóg i stonoga  
należą do gromady Myriapoda (*greckie* 10 000)  
hektar hekatomba (por. *greck.* bous)  
angielskie jednostki administracyjne = 100 hides  
(1 hide ok. 100 akrów; roczna orka wołu)