

Rachunki starożytnych Egipcjan

21 grudnia 2006

Starożytny Egipt – arytmetyka

- Dodawanie
- Mnożenie — wielokrotne dodawanie (podwajanie),
– np. 19×71

1	71
2	142
4	284
8	568
16	1136

$$19 \times 71 = 71 + 142 + 1136 = 1349$$

– prekursorzy systemu dwójkowego!!!

jeszcze się z tym spotkamy (tzw. rosyjska tabliczka mnożenia)

- Dzielenie — operacja odwrotna (jeżeli bez reszty)

– np. $91/7$

1	7
2	14
4	28
8	56

13 91

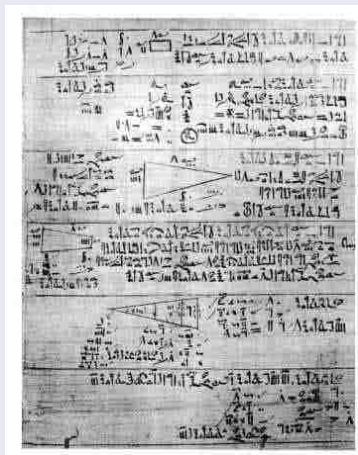
bo $7 + 28 + 56 = 91$

- Dzielenie — operacja odwrotna (ale z resztą)
– np. $35/8$

1	8
2	16
4	32
$1/2$	4
$1/4$	2
$1/8$	1

$$4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \quad 35$$

Papyrus Rhinda



$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$$

$$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$$

$$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$$

$$\frac{2}{17} = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$$

$$\frac{2}{19} = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$$

$$\dots = \dots$$

$$\frac{2}{43} = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$$

$$\frac{2}{51} = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$$

$$\frac{2}{101} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

- dla mianowników podzielnych przez trzy (są w papiirusie, przedostatni wiersz naszej tabeli) obowiązuje

$$\frac{2}{3n} = \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n}$$

- nigdy liczba składników rozkładu nie przekracza 4
- raczej mniejsze mianowniki niż większe
- preferowane są mianowniki parzyste, zwłaszcza dla wyrazu wiodącego
- najpierw mianowniki mniejsze, potem większe

Ułamki o liczniku równym jeden (Fibonacci)

Twierdzenie: *każdy ułamek da się przedstawić jako skończona suma ułamków o liczniku równym 1 (jednostkowym)*

- $$\frac{1}{n_1} \leq \frac{a}{b} < \frac{1}{n_1 - 1}$$

- $$\rightarrow n_1 - 1 < b/a \leq n_1 \rightarrow \boxed{n_1 a - b < a}.$$

- $$\frac{a}{b} - \frac{1}{n_1} = \frac{n_1 a - b}{bn_1} \equiv \frac{a_1}{b_1}$$

- $$\frac{a}{b} = \frac{1}{n_1} + \frac{a_1}{b_1}$$

Ułamki o liczniku równym jeden, przykład

$$\boxed{a/b = 9/13} \rightarrow 1/2 < 9/13 < 1 \rightarrow n_1 = 2$$

$$\frac{9}{13} - \frac{1}{2} = \frac{5}{26}$$

$$5 < 26/5 < 6 \rightarrow 1/6 < 5/26 < 1/5 \rightarrow n_2 = 6$$

$$\frac{5}{26} - \frac{1}{6} = \frac{1}{39}$$

$$\frac{9}{13} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{39}$$