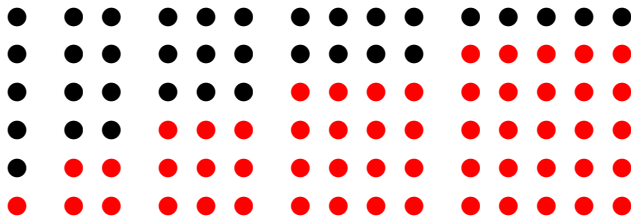


Liczby kwadratowe

suma kwadratów



$$\begin{aligned} & 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \\ & 1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3 + 4) + \\ & (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = \\ & (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \cdot (5 + 1) \end{aligned}$$

Tak więc

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + [1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + 3 + 4) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5)] = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)(5 + 1)$$

albo ogólnie:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + [1 + (1 + 2) + \dots + (1 + 2 + \dots + n)] = (1 + 2 + \dots + n)(n + 1)$$

Mamy: $1 + 2 + \dots + (n - 1) + n = \Delta_n = S_n = n(n + 1)/2$

Proste rachunki – do zrobienia(!) i do „sprawdzenia” metodą indukcji matematycznej (!!)

 – prowadzą do:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = S_n^{\square} = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$$