# Leonhard Euler – szwajcarski komputer

Leonhard (Leonard) Euler (*1707–1783*) znalazł się w świecie wielkich matematyków przez szczęśliwy przypadek. Jego ojciec, protestancki duchowny z okolic Bazylei, wysłał młodziutkiego syna na tamtejszy uniwersytet aby studiował teologię. Na uniwersytecie, 13-letni Leonard zetknął się z Janem Bernoullim i zaprzyjaźnił z jego dwoma synami Danielem (tak, tym od prawa Bernoulliego) i Mikołajem. Zamiast teologii skończył *summa cum laude* studia matematyczne mając zaledwie 16 lat, a już w trzy lata później otrzymał pierwszą z niezliczonych prawie nagród Szwajcarskiej Akademii Nauk za pracę na temat . . . optymalizacji rozstawiania masztów na żaglowcach.

Kariera naukowa Eulera miała się jednak spełnić na obcych uniwersytetach. W 1724 roku, caryca Katarzyna Pierwsza, organizowała Akademię w Sankt Petersburgu. Spośród kandydatów, znaleźli posady młodzi Bernoulli, a jako dobrzy przyjaciele „ściągnęli" i Leonarda, któremu *nota bene* Uniwersytet w Bazylei właśnie odmówił powierzenia katedry fizyki, z racji na jego zbyt młody (20 lat) wiek. Początkowo pech nie opuszczał Eulera; w dniu jego przyjazdu Katarzyna I umarła, a Akademia poszła w rozsypkę. Ambitny Leonard przyjął posadę . . . podoficera w carskiej flocie i dopiero po 3-ech latach, kiedy Akademia złapała drugi oddech, powrócił do niej jako profesor fizyki. Po kolejnych 3-ech latach objął, opuszczony przez Daniela B., fotel głównego matematyka.

W 1741 roku, Euler przyjął ofertę Fryderyka Wielkiego i stał się szefem matematyków w Berlińskiej Akademii – ośrodku, który miał nieporównywalnie większą renomę niż Akademia carska. W Berlinie spędził 25 lat, aby

. . . powrócić do Petersburga, ubłagany przez Katarzynę Wielką (co ciekawe, oprócz próśb petersburski uniwersytet potrafił zaoferować interesujące warunki finansowe; zresztą stosunki między Eulerem a Fryderykiem Wielkim nie układały się najlepiej).

Fryderyk

Katarzyna II

Para wielkich (??) osobistości.

Katarzyna Wielka (Druga) nie cieszy się naszą sympatią, ale ma na swoim koncie parę „pozytywnych" osiągnięć. To ona finansowała w dużym stopniu opracowanie „Encyklopedii" Diderota, próbując zresztą – bezskutecznie – ściągnąć i tego uczonego na swój dwór. Diderot skorzystał z pomocy finansowej, spędził na dworze Katarzyny kilka miesięcy i wyjechał. Anegdota głosi, że bezpośrednim powodem było zajście z Eulerem. Diderot, sztandarowy przedstawiciel Oświecenia, gorszył dwór petersburskim swoim ostentacyjnym wolnowmyślicielstwem i ateizmem. Pewnego dnia, doniesiono mu jednak, że pan Leonard Euler posiada matematyczny dowód istnienia Boga i że gotów jest go przedstawić Diderotowi, przy obecnym dworze. Gdy zaciekawiony Diderot zgodził się, Euler podszedł do niego i powiedział: „Panie! Otóż mamy $x = (a + b^n)/n$ – a więc Bóg istnieje! I cóż Pan na to?" Diderot, który wcale nie był nieukiem matematycznym, zbaraniał i „stracił kontenans". Dwór wybuchnął śmiechem. *Si non é vero, é bene trovato . . .*


Leonard – raz jeszcze


Diderot

I co Pan na to?

Euler był fenomenalnym rachmistrzem, obdarzonym jeszcze bardziej fenomenalną pamięcią. W pierwszych latach swojej kariery w Sankt Petersburgu, podjął się opracowania skomplikowanych tablic astronomicznych, które to przedsięwzięcie – według szacunku zleceniodawców – powinno było trwać kilka miesięcy. Euler uporał się z nim w ... trzy dni. Zapłacił jednak za to ogromną cenę – prawdopodobnie wyczerpany wysiłkiem, zapadł na ostrą gorączkę, w wyniku której stracił wzrok w jednym oku. Niedługo po powrocie do Sankt Petersburga drugie oko padło ofiarą zaćmy. Niewzruszony tym Euler ... pracował dalej, dyktując nieprzeliczone strony książek i rozpraw swoim synom i służącym. Jeden z tych ostatnich, napisał pod dyktando Eulera słynne „Kompletne wprowadzenie w algebrę" (*Vollständige Anleitung zur Algebra"*), które przetłumaczone na wszystkie główne języki europejskie stało się pierwowzorem podręcznika algebry.

Lista pozostawionych (opublikowanych za życia) prac Eulera zajmuje skromne 50 stron. Ponad 700 książek, rozpraw, opracowań, których przygotowywana do druku sterta rosła szybciej niż nadążali je drukować berlińscy i petersburscy drukarze. Nieopublikowane materiały były wydawane w raportach petersburskiej Akademii przez jeszcze prawie 50 lat po śmierci wielkiego matematyka.

Najważniejsze, bez przesady fundamentalne, dzieła Eulera to *Introductio in Analysin Infinitorum (1748)*, *Institutiones Calculi Differentialis (1755)* i

*Institutiones Calculi Integralis (1770)* – trylogia zawierająca kompendium osiemnastowiecznej wiedzy matematycznej, nierzadko stanowiącej oryginalne osiągnięcia autora. Pierwszy tom trylogii (sam składający się z dwóch potężnych woluminów, to teoria funkcji w ogólności, a w szczególności funkcji logarytmicznych, wykładniczych i trygonometrycznych; szeregi potęgowe, teoria liczb, geometria analityczna na płaszczyźnie i w przestrzeni.

Dwa następne tomy to bardzo obszerny i zupełnie „nowoczesny" wykład analizy matematycznej. Ranga dzieł Eulera była tak ogromna, że używane przez niego – czasem zapożyczone, czasem będące oryginalnymi pomysłami – oznaczenia wielkości i funkcji matematycznych to praktycznie dzisiejsza „ortografia matematyczna". Euler „nie wymyślił" symbolu $\pi$ do oznaczania stosunku obwodu okręgu do jego średnicy, ale ponieważ używał go konsekwentnie w swoich dziełach to tak już zostało[1].

Euler był matematykiem natchnionym i nierzadko mało ortodoksyjnym. W osiemnastym wieku zresztą rygor matematyczny był nierzadko odsuwany na bok, jeżeli chodziło o uzyskanie ciekawego wyniku. Przez około sto lat, na przełomie 17. i 18. wieku, wielcy matematycy próbowali obliczyć nieskończoną sumę

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Już Jakub Bernoulli potrafił wykazać, że suma tego szeregu jest skończona, ale ani jemu, ani bratankowi Danielowi, ani wielkiemu Leibnizowi nie udało się jej znaleźć. Mniej natchnieni, ale bardziej pracowici matematycy obliczali sumę „na piechotę" sumując poszczególne człony. Szereg jest dość wolno zbieżny i dlatego warto podziwiać upór i dokładność Jamesa Stirlinga, który obliczył (prawidłowo)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \approx 1,6449340668482264$$

(16 cyfr po przecinku!). Aż dziw bierze, że nie nasunęło mu to prawidłowej odpowiedzi ($\pi^2/6$).

Euler znalazł ten wynik w 1735 roku. Użył, znanego już Newtonowi,

[1]Po raz pierwszy litera grecka $\pi$ pojawiła się na początku 18. wieku, w rozprawie Williama Jonesa. Warto wiedzieć, że obwód po grecku to $\pi\epsilon\rho\iota\mu\epsilon\tau\rho o\varsigma$ – pierwsza litera tego słowa to właśnie $\pi$

przedstawienia sinusa

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots$$

traktując prawą stronę powyższego równania jak wielomian nieskończenie wielkiego stopnia, o pierwiastkach – tych sinusa ! – $x = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \ldots$. Aby pozbyć się zera jako pierwiastka, prawą stronę „nieskończonego” równania

$$0 = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$$

Euler podzielił przez $x$, i za $x^2$ podstawił nową zmienną $y$ otrzymując:

$$0 = 1 - \frac{y}{3!} + \frac{y^2}{5!} - \frac{y^3}{7!} \ldots$$

– równanie z pierwiastkami $\pi^2, (2\pi)^2, \ldots, (n\pi)^2, \ldots$ W tym momencie Euler bez wahania sięgnął do teorii równań wielomianowych (ale oczywiście dla wielomianów skończonego stopnia), która głosi, że dla wielomianu z wyrazem wolnym równym 1 suma odwrotności pierwiastków wielomianów jest równa, ze znakiem przeciwnym, współczynnikowi wyrazu z niewiadomą w pierwszej potędze. No i rzeczywiście –

$$\frac{1}{3!} = \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{(2\pi^2)} + \frac{1}{(3\pi)^2} + \ldots$$

i suma szeregu została policzona!

Spuścizna Eulera jest tak olbrzymia, że pisanie o niej tutaj zupełnie byłoby nie na miejscu. Ciekawym polecam – między innymi – do konkretnych matematyków, którzy swoją „Matematykę konkretną” dedykują właśnie Eulerowi. Ale warto może powiedzieć, czego Euler nie zrobił. Otóż znany nam wszystkim wzór Eulera

$$e^{ix} = \cos x + \sin x,$$

pojawił się pierwszy raz w literaturze matematycznej w 1708 roku, kiedy Mały Leonard miał ... roczek.