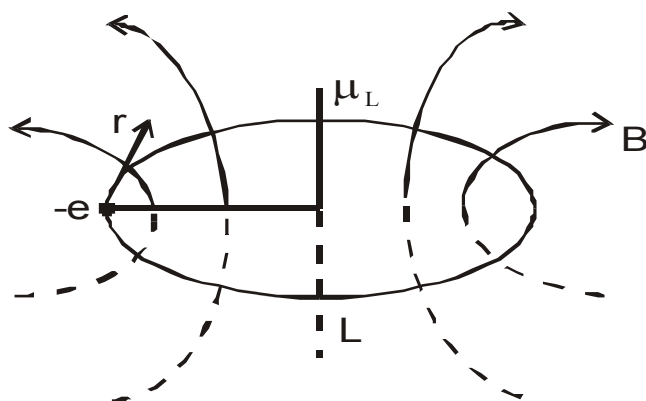


XIV Orbitalny magnetyczny moment dipolowy. Precesja Larmora.

Przeprowadzona analiza teoretyczna jest kombinacją klasycznej teorii elektromagnetyzmu, fizyki częściowo klasycznej, takiej jak teoria Bohra, i mechaniki kwantowej.

Rozważmy elektron o masie m i ładunku $-e$, poruszający się z prędkością v po kołowej orbicie Bohra o promieniu r . Krążenie ładunku w takim obwodzie kołowym jest równoważne prądowi o natężeniu $i = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$, gdzie T jest okresem orbitalnego ruchu elektronu o ładunku e . Taki kołowy obwód z prądem wytwarza pole magnetyczne, w dużych odległościach od obwodu takie samo jak pole, które wytwarzałby dipol.



Dla prądu i w obwodzie o powierzchni A wartość orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego μ_L takiego równoważnego dipola wynosi $\mu_L = i \cdot A$. Wielkość μ_L jest dla takiego dipola równa iloczynowi „mas magnetycznych” przez dzielącą je odległość. Ponieważ elektron ma ładunek ujemny, więc jego magnetyczny moment dipolowy $\vec{\mu}$ jest antyrównoległy do jego orbitalnego momentu pędu \vec{L} , którego wartość dana jest wzorem $L = mvr$.

$$i = \frac{ev}{2\pi r} \quad \mu_L = i \cdot A \quad \Rightarrow \quad \mu_L = \frac{ev}{2\pi r} \cdot A = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

$$\frac{\mu_L}{L} = \frac{e}{2m}$$

Jak widać, stosunek wartości μ_L orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego do wartości L orbitalnego momentu pędu dla elektronu jest kombinacją stałych uniwersalnych

$$\frac{\mu_L}{L} = \frac{g_L \mu_b}{\hbar}, \quad \text{gdzie } g_L = 1 \quad \text{oraz} \quad \mu_b = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Am}^2.$$

Wielkość μ_b stanowi naturalną jednostkę atomowego magnetycznego momentu dipolowego – magneton Bohra. Wielkość g_L nazywana jest orbitalnym czynnikiem g .

$$\vec{\mu}_L = -\frac{g_L \mu_b}{\hbar} \cdot \vec{L}$$

Stosunek μ_L do L nie zależy ani od rozmiarów orbity, ani od częstości orbitalnej.

$$\mu_L = g_L \mu_b \sqrt{l(l+1)} \quad \mu_{Lz} = -g_L \mu_b m_l$$

Na dipol będzie działać moment siły $\vec{M} = \vec{\mu}_L \times \vec{B}$. Z momentem tym związana jest energia potencjalna orientacji $\Delta E = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B}$. Gdy układ złożony z magnetycznego momentu dipolowego $\vec{\mu}_L$ w polu magnetycznym \vec{B} nie ma możliwości rozproszenia energii, wówczas jego energia orientacji musi pozostać stała. W takiej sytuacji $\vec{\mu}_L$ nie może ustawić się wzdłuż pola \vec{B} . Zamiast tego moment ten będzie wykonywać precesję wokół \vec{B} w taki sposób, że kąt między tymi dwoma wektorami pozostaje stały i stałe pozostają też długości obu wektorów. Ruch precesyjny jest konsekwencją faktu, że moment siły działającej na dipol jest zawsze prostopadły do jego momentu pędu.

Przy transformacji do układu obracającego się (S') pochodna po czasie wyraża się równaniem operatorowym

$$\frac{d}{dt} = \frac{d'}{dt} + \vec{\omega} \times$$

Dla momentu pędu możemy zatem zapisać :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d'\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L}$$

Jeżeli układ S' jest układem własnym wektora \vec{L} (układ obraca się z częstością precesji wektor momentu pędu), to:

$$\frac{d'\vec{L}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega}_p \times \vec{L}$$

Z kolei

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} = \vec{\mu}_L \times \vec{B} = -\frac{g_L \mu_b}{\hbar} \vec{L} \times \vec{B} = \frac{g_L \mu_b}{\hbar} \vec{B} \times \vec{L}$$

Zatem:

$$\vec{\omega}_p = \frac{g_L \mu_B}{\hbar} \vec{B}$$

Zjawisko to znane jest jako **precesja Larmora**, a ω_p nazywana jest częstością larmorowską.

W niejednorodnym polu magnetycznym oprócz precesji następuje także przesunięcie momentu magnetycznego.

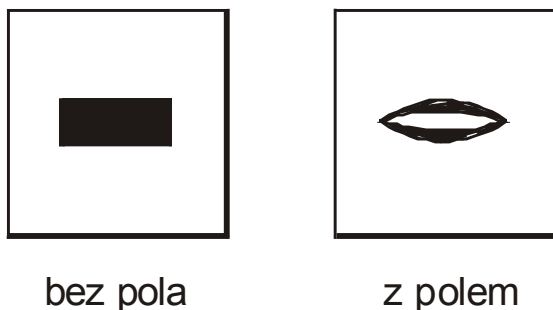
Doświadczenie Sterna – Gerlacha.

W 1922 r. Stern i Gerlach zmierzili możliwe wartości magnetycznego momentu dipolowego dla atomów srebra, przepuszczając wiązkę takich atomów przez niejednorodne pole magnetyczne.

Magnes wytwarza niejednorodne pole magnetyczne rosnące w kierunku osi z, która jest również kierunkiem samego pola magnetycznego w obszarze wiązki. Ponieważ na każdy atom w wiązce działa siła proporcjonalna do gradientu pola oraz wartości dipolowego momentu magnetycznego (μ_z), więc w trakcie przejścia przez pole magnetyczne doznaje on odchylenia o wielkość proporcjonalną do wartości tego momentu. Wiązka rozszczepia się zatem na szereg wiązek odpowiadających różnym wartościom μ_z . Główną trudnością doświadczenia było otrzymanie pola niejednorodnego na obszarze rzędu wymiarów atomu.

Wartości μ_z muszą być skwantowane, np. dla orbitalnego momentu magnetycznego $\mu_z = -g_L \mu_B m_l$, gdzie $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$. W myśl przewidywań klasycznych wiązka powinna rozciągnąć się w ciągłą wstęgę, odpowiednio do ciągłego rozkładu wartości μ_z atomów. Natomiast mechanika kwantowa przewiduje rozszczepienie wiązki na kilka odrębnych wiązek. Wiązka atomów srebra rozszczepia się na dwie odrębne wiązki, z których jedna jest odchylona w dodatnim kierunku osi z, a druga – w kierunku ujemnym, co nie zależy od wyboru kierunku z. Doświadczenia wykazały, że orientacja przestrzenna atomów jest skwantowana. Zjawisko to nosi nazwę kwantyzacji przestrzennej.

rys.



Phipps i Taylor (1927 r) zastosowali metodę Sterna-Gerlacha do wiązki atomów wodoru. Dla atomów wodoru w stanie podstawowym $l=0$ więc $m_l = 0$ oraz $\mu_l = 0$. W eksperymencie wiązka ulegała rozszczepieniu na dwie symetryczne składowe. Do wyjaśnienia tego zjawiska potrzebny jest wewnętrzny moment pędu s , zwany **spinem elektronu**. Pojęcie

spinu wprowadzili Goudsmit i Uhlenbeck (1925 r) na podstawie analizy widm optycznych atomów wodoru i metali alkalicznych.

Zakładamy, że elektron ma wewnętrzny magnetyczny moment dipolowy (μ_s), wynikający z istnienia spinu (s). Wartości kwadratu długości spinu oraz składowa s_z spinowego momentu pędu są związane z dwiema liczbami kwantowymi s oraz m_s za pomocą reguł kwantyzacji, identycznych z regułami dla orbitalnego momentu pędu: $|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ oraz $s_z = m_s \hbar$. Związek między spinowym magnetycznym momentem dipolowym i spinowym momentem pędu ma taką samą postać, jak w przypadku orbitalnym. Zatem

$$\vec{\mu}_s = -\frac{g_s \mu_B}{\hbar} \cdot \vec{s}, \quad \mu_{sz} = -g_s \mu_B m_s.$$

Wielkość g_s nosi nazwę spinowego czynnika g .

Wiązka atomów wodoru rozszczepia się na dwie symetrycznie odchyłone składowe. Wynika z tego, że μ_s może przyjmować tylko dwie wartości, równe co do wielkości, ale przeciwnego znaku:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

W granicach dokładności pomiarów znaleziono, że $g_s m_s = \pm 1$. Ponieważ wiemy, że $m_s = \pm \frac{1}{2}$, więc $g_s \approx 2$. Dokładne pomiary dają wartość $g_s = 2,00232$. W prawie wszystkich sytuacjach wystarczy po prostu przyjąć, że spinowy czynnik g_s dla elektronu jest dwa razy większy od jego orbitalnego czynnika g_l , tzn., że stosunek spinowego magnetycznego momentu dipolowego do spinowego momentu pędu jest dwukrotnie większy od stosunku orbitalnego magnetycznego momentu dipolowego do orbitalnego momentu pędu. Niemniej jednak wektory $\vec{\mu}_s$ oraz \vec{s} są antyrównoległe, tak jak wektory $\vec{\mu}_L$ oraz \vec{L} , ponieważ względna orientacja każdej pary wektorów jest jedynie wynikiem ujemnego znaku ładunku elektronu.

Rozszczepienie poziomów energetycznych można zatem tłumaczyć różną energią potencjalną orientacji magnetycznego momentu dipolowego w polu magnetycznym, istniejącym wewnątrz atomu. Pole to wytwarzają naładowane cząstki poruszające się w atomie. Energia orientacji mogłaby być albo dodatnia, albo ujemna, w zależności od znaku m_s , tzn. zależnie od tego, czy spin jest skierowany „w górę”, czy „w dół” względem kierunku wewnętrznego pola magnetycznego atomu.