

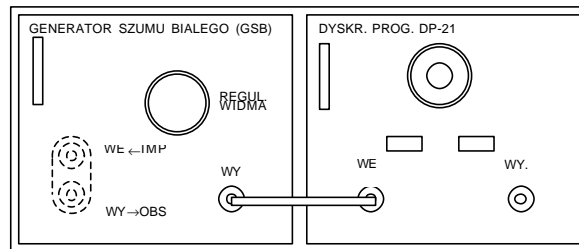
## DODATEK B

### GENERATOR IMPULSÓW PRZYPADKOWYCH

Skonstruowany dla potrzeb ćwiczenia nr 5 generator impulsów o przypadkowym rozkładzie czasowym stanowi tandem dwóch bloków funkcjonalnych:

- generatora szumu białego,
- dyskryminatora progowego.

Konfiguracje te przedstawiono na rysunku B1 ukazującym w widoku płyty czołowe obu jednostek składowych.



**Rys. B1.** Widok płyt czołowych wkładek tworzących układ generatora impulsów o przypadkowym rozkładzie czasowym

Zasada pracy takiego układu oparta jest na charakterystycznym dla szumu białego gaussowskim rozkładzie wartości chwilowych amplitud. Opisuje go funkcja prawdopodobieństwa  $p(V_{pr})$  przekroczenia poziomu (prog)  $V_{pr}$

$$p(V_{pr}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_N} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{\sigma_N} \right)^2 \right\} \quad (\text{B.1})$$

w której symbolem  $\sigma_N$  oznaczono wartość średniego odchylenia standardowego napięcia szumów (czyli jego wartości średniej kwadratowej  $V_{N\text{rms}}$ ).

Stowarzyszony z generatorem szumu dyskryminator progowy, w reakcji na każdy akt przekroczenia zadanego poziomu dyskryminacji, wytwarza standardowy impuls wyjściowy generując w rezultacie ciąg impulsów o statystyce sygnału wymuszającego i średniej częstotliwości  $\langle f \rangle$  podyktowanej częstotliwości przekraczania tego progów przez sygnał szumowy.

Traktując sygnał szumowy jako stochastyczny ciąg mikroimpulsów napięciowych o zadanym przebiegu  $v(t)$  i średniej częstotliwości  $\langle f \rangle$  jego wariancję ( $\sigma_N^2$ ) określa drugie twierdzenie Campbella-Francisa

$$\sigma_N^2 \sigma V_{N\text{rms}}^2 = \langle f \rangle \int_0^A [v(t)]^2 dt \quad (\text{B.2})$$

W niespektrometrycznym torze pomiarowym szum wraz z sygnałem informacyjnym (detektora) po odpowiednim kondycjonowaniu przekazywany jest do dyskryminatora

progowego, powodując losowo (w wyniku nakładania się tworzących go mikroimpulsów szumowych) przekroczenie progu dyskryminacji i wygenerowanie fałszujących wynik pomiaru *impulsów szumowych*. W pomiarach radiometrycznych efekt ten znany jest pod nazwą *falszywych zliczeń*.

Problematyka *impulsów szumowych* została podjęta i wyczerpująco rozwinięta przez Rice'a w ramach ogólnej teorii szumów. Godnymi uwagi są również późniejsze, traktujące o tych zagadnieniach, opracowania książkowe J.S. Bendata oraz A.B. Gillespiego. Według ostatniej z wymienionych pozycji edytorskich przedstawiono poniższą analizę.

Jej celem będzie wyznaczenie średniej częstotliwości  $\langle f \rangle$  *impulsów szumowych*. Skorzystamy w tym celu z (wywodzącej się z (B.1)) zależności, określającej prawdopodobieństwo tego, iż w pewnym interwale  $\langle t, t - dt \rangle$  amplituda sygnału szumowego będzie zawarta w przedziale  $\langle V_{pr}, V_{pr} - dV_{pr} \rangle$

$$P_{(V_{pr}, V_{pr} - dV_{pr})} = \frac{1}{\sqrt{2p} V_{Nrms}} \exp \left[ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{\chi V_{Nrms}} \right)^2 \right] dV_{pr} \quad (B.3)$$

Analogiczne zależności można napisać dla szybkości zmian poziomu szumu  $dV_{Nrms}/dt$  i poziomu dyskryminacji  $dV_{pr}/dt$ , które dla skrócenia notacji oznaczac będziemy odpowiednio symbolami  $V_{Nrms}^{\bullet}$  oraz  $V_{pr}^{\bullet}$ .

Tak więc wariancja szybkości zmian poziomu szumu przyjmie postać:

$$V_{Nrms}^{\bullet 2} = \langle f \rangle \int_0^A [v^*(t)]^2 dt \quad (B.4)$$

a prawdopodobieństwo sytuacji, w której szybkość zmiany sygnału szumowego będzie zawarta w przedziale  $\langle V_{Nrms}^{\bullet}, V_{Nrms}^{\bullet} + dV_{Nrms}^{\bullet} \rangle$ , wyniesie

$$\frac{1}{\sqrt{2p} V_{Nrms}^{\bullet}} \exp \left[ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}^{\bullet}}{\chi V_{Nrms}^{\bullet}} \right)^2 \right] dV_{pr}^{\bullet} \quad (B.5)$$

Całka wyrażenia (B.5) po wszystkich dodatnich wartościach szybkości zmiany progu dyskryminacji  $V_{pr}^{\bullet}$  określa prawdopodobieństwo  $P_{(V_{Nrms}^{\bullet})}^{+}$  zachowania przez nią w dowolnej chwili wartości dodatniej. Wynosi ono:

$$P_{(V_{Nrms}^{\bullet})}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2p} V_{Nrms}^{\bullet}} \int_0^A \exp \left[ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}^{\bullet}}{\chi V_{Nrms}^{\bullet}} \right)^2 \right] dV_{pr}^{\bullet} \quad (B.6)$$

Skojarzenie wyrażen (B.3) i (B.6) prowadzi do wyznaczenia prawdopodobieństwa, z którym sygnał szumu o dodatniej szybkości jego zmian będzie się mieścił w czasie  $t - dt$  w przedziale zawartym między  $V_{pr}$  a  $V_{pr} - dV_{pr}$ . Określa go iloczyn

$$P_{(V_{pr}, V_{pr} - dV_{pr})} \cdot P_{(V_{pr}^{\bullet})}^{+} = \frac{1}{2p V_{Nrms}^{\bullet} V_{Nrms}} \exp \left[ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{\chi V_{Nrms}} \right)^2 \right] dV_{pr} \int_0^A \exp \left[ \varepsilon - \frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}^{\bullet}}{\chi V_{Nrms}^{\bullet}} \right)^2 \right] dV_{pr}^{\bullet} \quad (B.7)$$

Wreszcie dla dopełnienia warunku, aby sygnał szumu osiągnął poziom  $V_{pr}$  nie później niż w chwili  $t$ , zmiana progu  $dV_{pr}$  winna się równać  $V_{pr}^* dt$ . Uwzględniając ten związek w równaniu (B.7), dochodzimy ostatecznie do wyrażenia określającego prawdopodobieństwo  $p_{V_{pr}}$  przechodzenia sygnału szumu przez poziom  $V_{pr}$  z predkoscia dodatnia.

$$p_{V_{pr}} = \frac{dt}{2p V_{Nrms}^* V_{Nrms}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{V_{Nrms}} \right)^2 \right] \int_0^A V_{pr}^* \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{V_{Nrms}} \right)^2 \right] dV_{pr}^* \quad (B.8)$$

Całka w powyższym równaniu jest określona, a jej wartość – jak łatwo obliczyć<sup>\*)</sup> – wynosi  $V_{Nrms}^{*2}$ . Wobec tego równanie (B.8) sprowadza się do postaci

$$p_{V_{pr}} = \frac{V_{Nrms}^* dt}{2p V_{Nrms}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{V_{Nrms}} \right)^2 \right] \quad (B.9)$$

Wynika stąd, że średnia częstotliwość odpowiedzi dyskryminatora na pobudzenie sygnałem szumowym, czyli tzw. *częstotliwość impulsów szumowych* (równa prawdopodobieństwu  $p_{V_{pr}}$  w interwale jednej sekundy) wynosi

$$\langle f \nu \rangle = \frac{V_{Nrms}^*}{2p V_{Nrms}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{V_{pr}}{V_{Nrms}} \right)^2} \quad (B.10)$$

Czynnik przed eksponenta określa liczbę przejść sygnału szumowego przez poziom zerowy w ciągu 1 sekundy w kierunku dodatnim nazywana *częstotliwością pozorną*  $\langle f_o \rangle$ .

<sup>\*)</sup> Obliczenie całki w równaniu (B.8)

Interesująca nas całka oznaczona jest całką typu  $\int_0^A x \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x}{w} \right)^2 \right] dx$ .

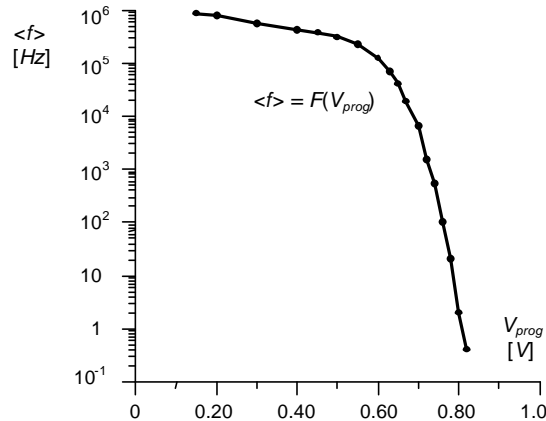
Wprowadzmy w niej podstawienie:  $x^2 = y$  ( $x = \sqrt{y}$ ), wobec czego  $dx = \frac{1}{2\sqrt{y}} dy$ .

Daje ono w wyniku

$$\int_0^A \sqrt{y} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{y}{w^2} \right] \frac{dy}{2\sqrt{y}} = \frac{1}{2} \int_0^A \exp \left[ -\frac{y}{2w^2} \right] dy = -\frac{1}{2} 2w^2 \left[ \exp \left[ -\frac{y}{2w^2} \right] \right]_0^A = w^2.$$

Wielkość  $w^2$  jest odpowiednikiem wariancji  $V_{Nrms}^{*2}$  w równaniu (B.8).

Dla ilustracji przedstawionej analizy na rysunku B2 przedstawiono przykładowy przebieg zależności średniej częstotliwości przewyższeń progu dyskryminacji przez szum używanego w ćwiczeniu generatora **GSB**, zdjęty przy wartości prądu polaryzacji zaporowej diody w obrebie pierwszego piku szumów.



**Rys. B2.** Diagram zależności częstotliwości przewyższeń progu dyskryminacji przez szum generatora szumu białego (GSB)

## Literatura

- [1] Rice S.O.: *Mathematical Analysis of Random Noise*. Bell System Technical Journal, vol. 23, 282–332, July 1944; vol. 24, 46-156, January 1945
- [2] Bendat J.S.: *Principles and Applications of Random Noise Theory*. New York, John Wiley 1958
- [3] Gillespie A.B.: *Signal, Noise and Resolution in Nuclear Counter Amplifiers*. Oxford, London, New York, Paris, Pergamon Press 1953
- [4] Hasse L., Spiralski L.: *Szumy elementów i układów elektronicznych*. Warszawa, WNT 1981
- [5] Tichonow W.I.: *Wybrosy sluczajnych processow*. Uspiechy fizycznych nauk, T. 77, nr 3, 1962, 449