

A-2. Filtry biernie

wersja 04'2014

1. Zakres ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zrozumienie propagacji sygnałów zmiennych w czasie przez układy filtracji oparte na elementach rezystancyjno-pojemnościowych. Wyznaczenie doświadczalne amplitudowych charakterystyk częstotliwościowych oraz obserwacja odpowiedzi układów RC na sygnał napięciowego skoku jednostkowego.

2. Wstęp

Filtry biernie RC

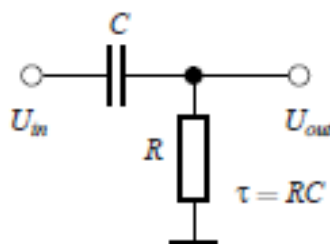
Filtry biernie RC to układy liniowe zbudowane w postaci czwórników wyłącznie z elementów biernych: rezystorów i kondensatorów. Pełny opis takich układów zawarty jest w funkcji transmitancji operatorowej $K(s)$. Z niej wyprowadzamy dla wymuszenia sygnałem sinusoidalnym zespoloną transmitancję widmową $K(j\omega)$ a następnie amplitudową $|K(j\omega)|$ oraz fazową $\angle(K(j\omega))$ charakterystykę częstotliwościową. Posługując się transmitancją operatorową oraz znając postać transformaty Laplace'a funkcji skoku jednostkowego $\mathbf{1}(t)$ o poziomie U_M czyli $U_M \cdot \mathbf{1}(t)$ podawanej na wejście filtru, można wyznaczyć analitycznie kształt odpowiedzi układu w dziedzinie czasu.

Zależnie od sposobu połączenia elementów R i C w czwórniku, uzyskujemy układy filtrów dolnoprzepustowych albo układy filtrów górnoprzepustowych.

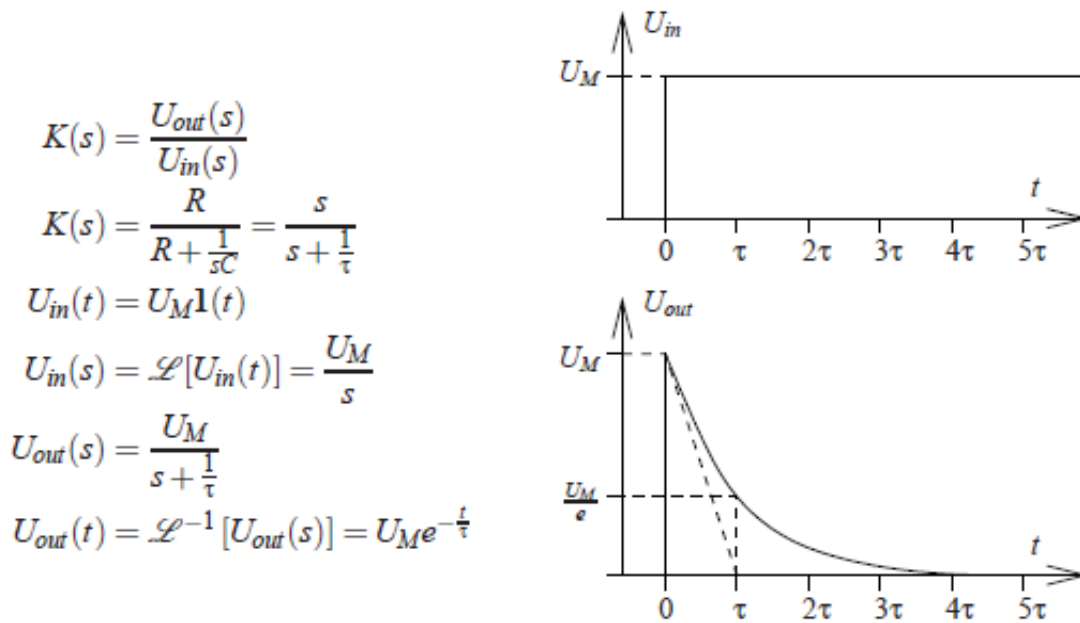
Kaskadowe połączenie filtrów tego samego typu zwiększa stromość ich charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych natomiast kaskadowe łączenie filtrów dolno- i górnoprzepustowych o odpowiednio dobranych częstotliwościach granicznych umożliwia realizację filtrów pasmowoprzepustowych lub pasmowozaporowych.

Czwórniki RC są stosowane również w elektronice impulsowej jako układy formowania impulsów. Zależnie od konfiguracji elementów R i C aproksymowane mogą być operacje różniczkowania bądź całkowania, dość poprawnie w pewnych przedziałach stosunku czasu trwania impulsu wejściowego do stałej czasowej τ obwodu. Dlatego filtry górnoprzepustowe nazywane są także układami różniczkującymi, a dolnoprzepustowe układami całkującymi.

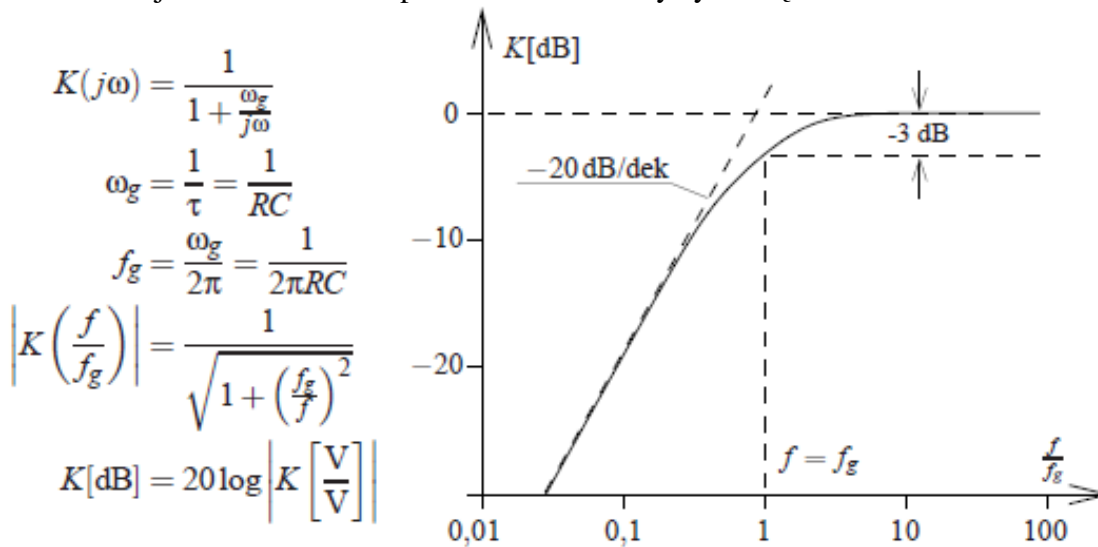
Filtr górnoprzepustowy I rzędu (układ różniczkujący jednobiegunowy)



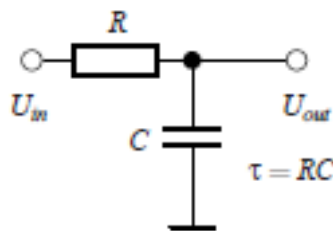
1) Transmitancja operatorowa i odpowiedź układu na skok napięcia:



2) Transmitancja widmowa — amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa:



Filtr dolnoprzepustowy I rzędu (układ całkujący jednobiegunowy)



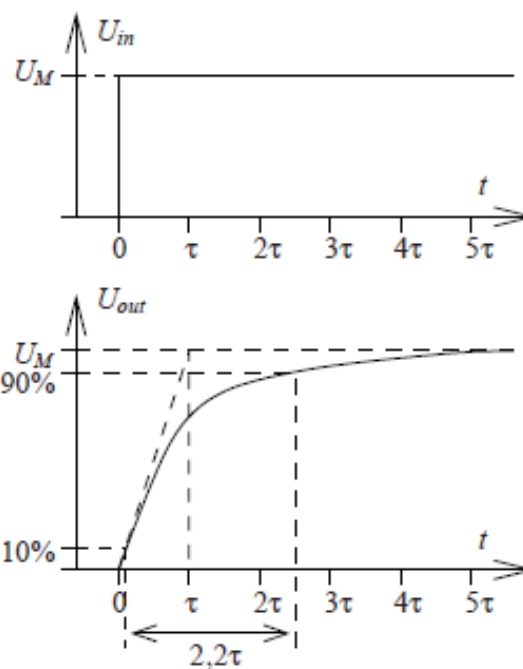
1) Transmitancja operatorowa i odpowiedź układu na skok napięcia:

$$K(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{1}{\tau}}{s + \frac{1}{\tau}}$$

$$U_{in}(t) = U_M \mathbf{1}(t)$$

$$U_{out}(s) = \frac{U_M}{s} \frac{\frac{1}{\tau}}{s + \frac{1}{\tau}} = U_M \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \right)$$

$$U_{out}(t) = \mathcal{L}^{-1}[U_{out}(s)] = U_M (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

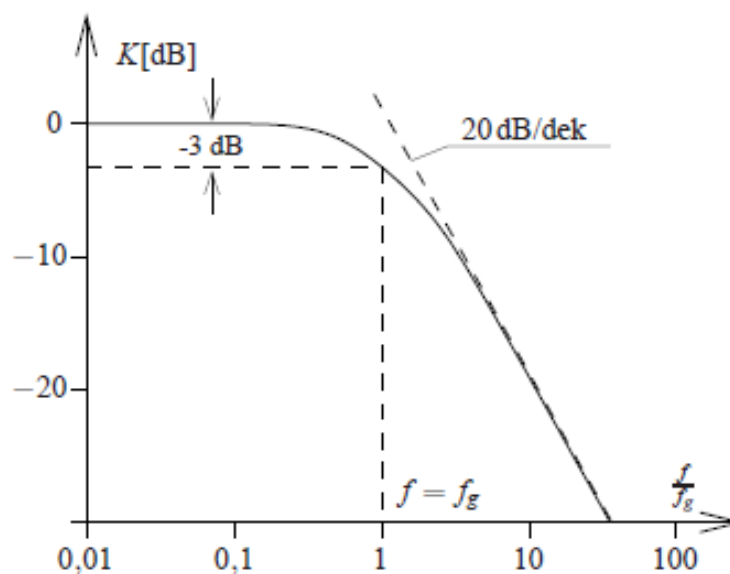


2) Transmitancja widmowa — amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa:

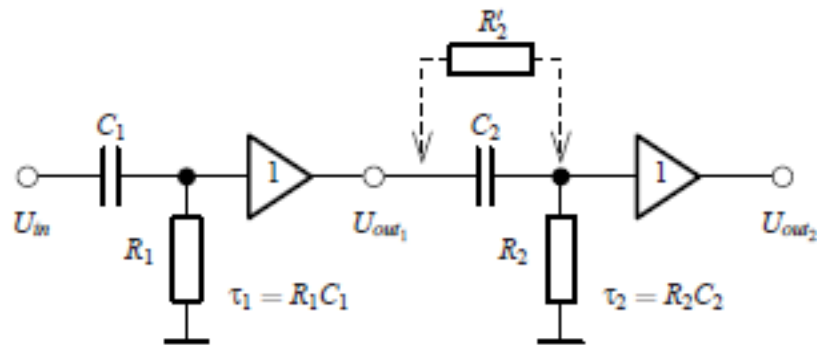
$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}}$$

$$\omega_g = \frac{1}{\tau} = 2\pi f_g$$

$$\left| K\left(\frac{f}{f_g}\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}}$$



Filtr górnoprzepustowy rzędu II



1) Transmitancja operatorowa i odpowiedź układu na skok napięcia:

$$K(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_1}} \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_2}}$$

$$U_{in}(t) = U_M \mathbf{1}(t)$$

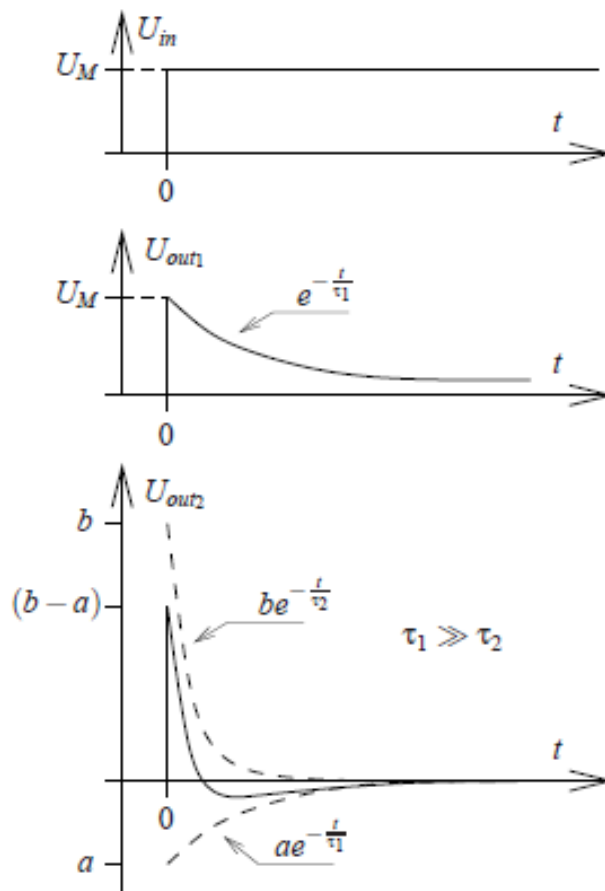
$$U_{out1}(s) = \frac{U_M}{s + \frac{1}{\tau_1}}$$

$$U_{out1}(t) = U_M e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

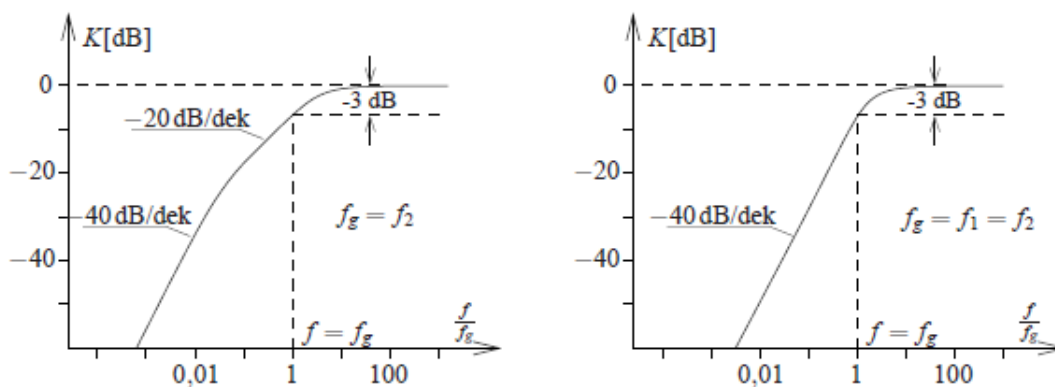
$$U_{out2}(s) = \frac{U_M}{s + \frac{1}{\tau_1}} \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_2}}$$

$$U_{out2}(t) = a \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - b \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

$$a = \frac{U_M \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \quad b = \frac{U_M \tau_1}{\tau_2 - \tau_1}$$



2) Transmitancja widmowa — amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa:



3) Kompensacja przerzutu impulsu w układach rzędu II

Odpowiedź dwustopniowego układu różniczkującego na impuls napięcia jest dla pewnego zakresu czasu t ujemna, tę część odpowiedzi nazywamy przerzutem. Przerzut jest możliwy do zniwelowania. W tym celu modyfikujemy drugi stopień różniczkujący tak aby jego transmitancja operatorowa $K'_2(s)$ posiadała zero¹ funkcji o wartości równej wartości bieguna² funkcji układu pierwszego $K_1(s)$. Taką zamianę uzyskujemy przez dołączenie oporu kompensującego R'_2 równoległe do pojemności w układzie różniczkującym drugiego stopnia. W ten sposób sprowadzamy transmitancję dwubiegunową całego układu o wartościach biegunów zależnych od τ i τ do postaci jednobiegunowej o wypadkowej stałej czasowej τ , dającą asymptotyczne rozwiązanie w dziedzinie czasu.

$$K_1(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_1}}$$

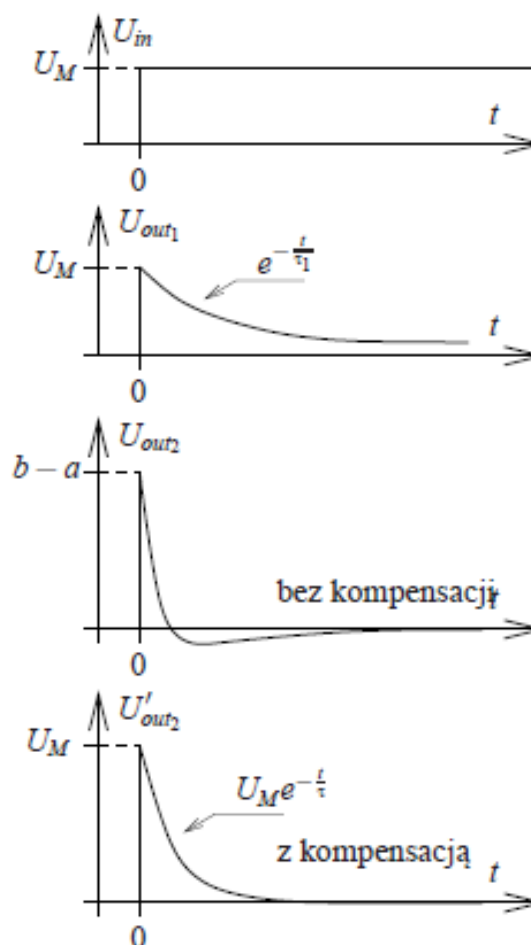
$$K'_2(s) = \frac{s + \frac{1}{\tau_1}}{s + \frac{1}{\tau}}$$

$$\tau_1 = R_1 C_1 = R'_2 C_2$$

$$\tau = (R'_2 \parallel R_2) C_2$$

$$U'_{out_2}(s) = \frac{U_M}{s + \frac{1}{\tau_1}} \cdot \frac{s + \frac{1}{\tau_1}}{s + \frac{1}{\tau}} = \frac{U_M}{s + \frac{1}{\tau}}$$

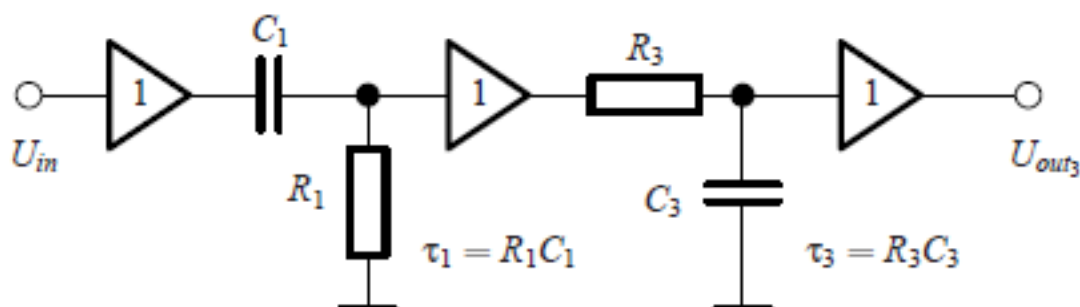
$$U'_{out_2}(t) = U_M e^{-\frac{t}{\tau}}$$



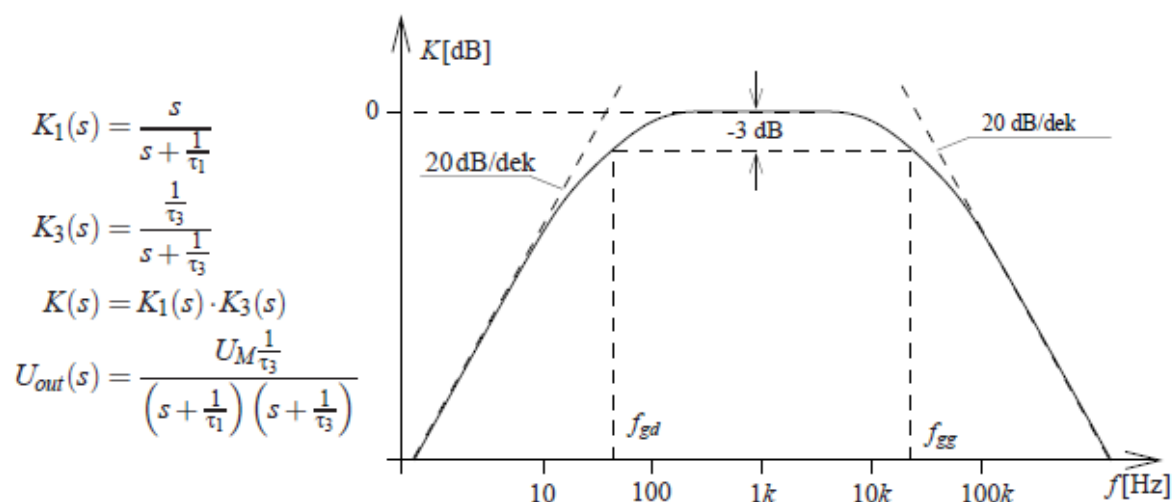
¹ Zero funkcji wymiernej, to pierwiastek licznika.

² Biegun funkcji wymiernej, to pierwiastek mianownika.

Filtr pasmowoprzepustowy



Filtr pasmowoprzepustowy otrzymujemy łącząc kaskadowo filtr górnoprzepustowy z filtrem dolnoprzepustowym. Częstotliwość graniczna filtra dolnoprzepustowego powinna być większa od częstotliwości granicznej filtra górnoprzepustowego. Szerokość pasma przenoszenia jest wtedy równa różnicy częstotliwości granicznych poszczególnych filtrów. Stromość zboczy charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej jest uwarunkowana rzędem filtrów składowych.



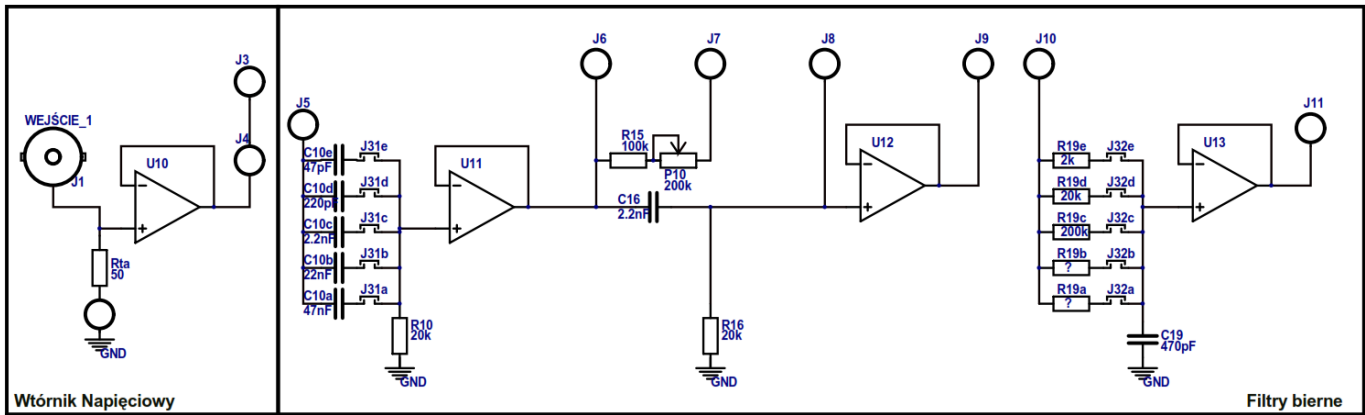
3. Program ćwiczenia

1) Dla filtrów górno-i dolnoprzepustowych rzędu I należy:

- Wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe. Określić częstotliwości graniczne i asymptotyczne nachylenia charakterystyk.
- Wyznaczyć odpowiedź układu różniczkującego i całkującego na wejściowy sygnał prostokątny w zakresie czasu trwania impulsu t_w do 5-ciu stałych czasowych badanych układów. Uzyskane rezultaty porównać z przebiegiem teoretycznym.

- c) Zaobserwować skuteczność operacji analogowego różniczkowania i całkowania przy wymuszeniu wejściowym sygnałem o kształcie: trójkątnym, prostokątnym i sinusoidalnym. Określić ograniczenia częstotliwościowe dla tych układów.
- 2) Dla filtru górnoprzepustowego rzędu II należy:
- a) Wyznaczyć charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla identycznych stałych czasowych w obu stopniach $\tau_1 = \tau_2$ oraz dla relacji $\tau_1 = 10\tau_2$.
 - b) Przeprowadzić kompensację ujemnego przerzutu impulsu odpowiedzi, dla prostokątnego sygnału wejściowego o czasie trwania impulsu parokrotnie większym od stałej czasowej pierwszego członu różniczkującego, zaobserwować odpowiedź stopnia pierwszego i drugiego przed i po kompensacji. Zmierzyć wartość oporu R_2 i porównać z wartością obliczoną na podstawie danych obwodu.
- 3) Dla filtru pasmowoprzepustowego wyznaczyć charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową. Określić dolną i górną częstotliwość graniczną.

4. Schemat zestawu do ćwiczenia (nowa płytki PCB)



Zestawienie elementów dla filtru górnoprzepustowego:

Symbol	Wartość elementu	Stała czasowa τ @ $R_{10}=20k\Omega$	Częstotliwość graniczna @ $R_{10}=20k\Omega$
C _{10e}	47pF	0.94μs	170kHz
C _{10d}	220pF	4.4μs	36kHz
C _{10c}	2.2nF	44μs	3.6kHz
C _{10b}	22nF	440μs	360Hz
C _{10a}	47nF	940μs	170Hz

Zestawienie elementów dla filtru dolnoprzepustowego:

Symbol	Wartość elementu	Stała czasowa τ @ $C_{19}=470pF$	Częstotliwość graniczna @ $C_{19}=470pF$
R _{19e}	2kΩ	0.94 μs	170kHz
R _{19d}	20kΩ	9.4 μs	17kHz
R _{19c}	200kΩ	94 μs	1.7kHz
R _{19b}			
R _{19a}			