

CHAOS W DEMONSTRACJACH

M.Kułakowska, A.Paździerko, P.Gawroński

Wydział Fizyki i Techniki Jądrowej, Akademia Górniczo-Hutnicza, al.Mickiewicza 30, 30-059 Kraków.

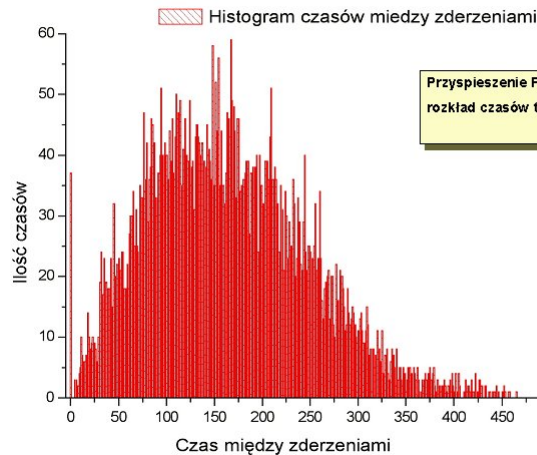
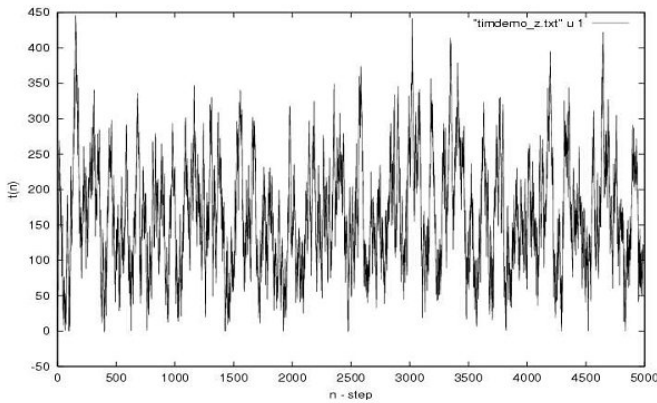
Przyspieszenie Fermiego

Pierwsze doświadczenie jest związane z przyspieszeniem Fermiego, tj. mechanizmem zwiększania energii cząstek naładowanych. Cechy tego mechanizmu modelowane są przez ruch piłeczki, odbijającej się od drgającej membrany.

Na plakacie prezentujemy wyniki symulacji komputerowej tego doświadczenia. Symulacja uwzględnia niewielkie straty energii piłeczki w zderzeniach z membraną, dlatego prezentowane zjawisko można uważać za stacjonarne. W wyniku obliczeń otrzymujemy ciąg odstępów czasu $t(n)$, jakie upływają między kolejnymi zderzeniami piłeczki z membraną. Ten ciąg 5000 kolejnych wartości nosi cechy przypadkowego zbioru liczb, losowanych z pewnego zakresu. Prezentujemy również otrzymany histogram tych czasów. Otrzymany rozkład ciągły przypomina z kształtu rozkład Maxwella-Boltzmanna prędkości cząstek. Ograniczona ilość zderzeń sprawia, że na histogramie widoczne są silne fluktuacje. Na rysunku możemy jednak wyróżnić stosunkowo dużą ilość przypadków, kiedy zderzenia następują po sobie w bardzo krótkich odstępach czasu. Takie zderzenia tworzą na histogramie dodatkowe ostre maksimum. Kolejny wykres pokazuje tzw. portret fazowy, tj. zależność $t(n+1)$ od $t(n)$. Taki portret dla ruchu periodycznego jest punktem, a dla kwaziperiodycznego tworzy kontur pewien krzywej. W naszym przypadku otrzymujemy zbiór punktów, mieszczących się między dwoma równoległymi liniami. Ostatni wykres dotyczy wykładnika Lapunowa λ , który jest obliczony metodą rozchodzenia się błędów. Otrzymana krzywa to zależność logarytmu różnicy między trajektoriami od numeru zderzenia. Trajektorie, początkowo bardzo bliskie, oddalają się od siebie w kolejnych zderzeniach; ich odległość narasta jak $\exp(\lambda n)$. Tak oszacowany wykładnik Lapunowa λ osiąga wartość bliską 2.0.

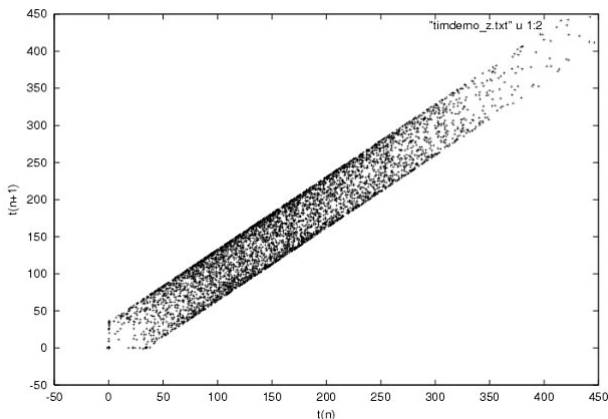
Wyniki obliczeń numerycznych są zilustrowane na rysunkach:

Przyspieszenie Fermiego:
kolejne czasy między uderzeniami piłeczki: $t(n)$

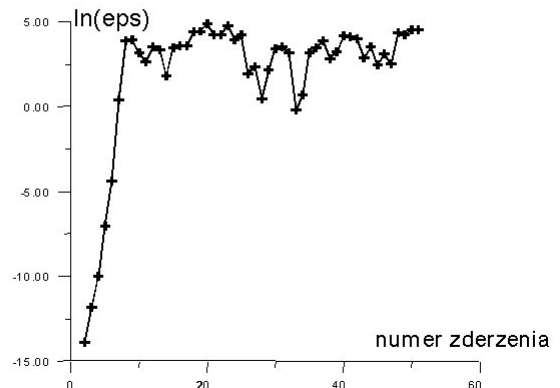


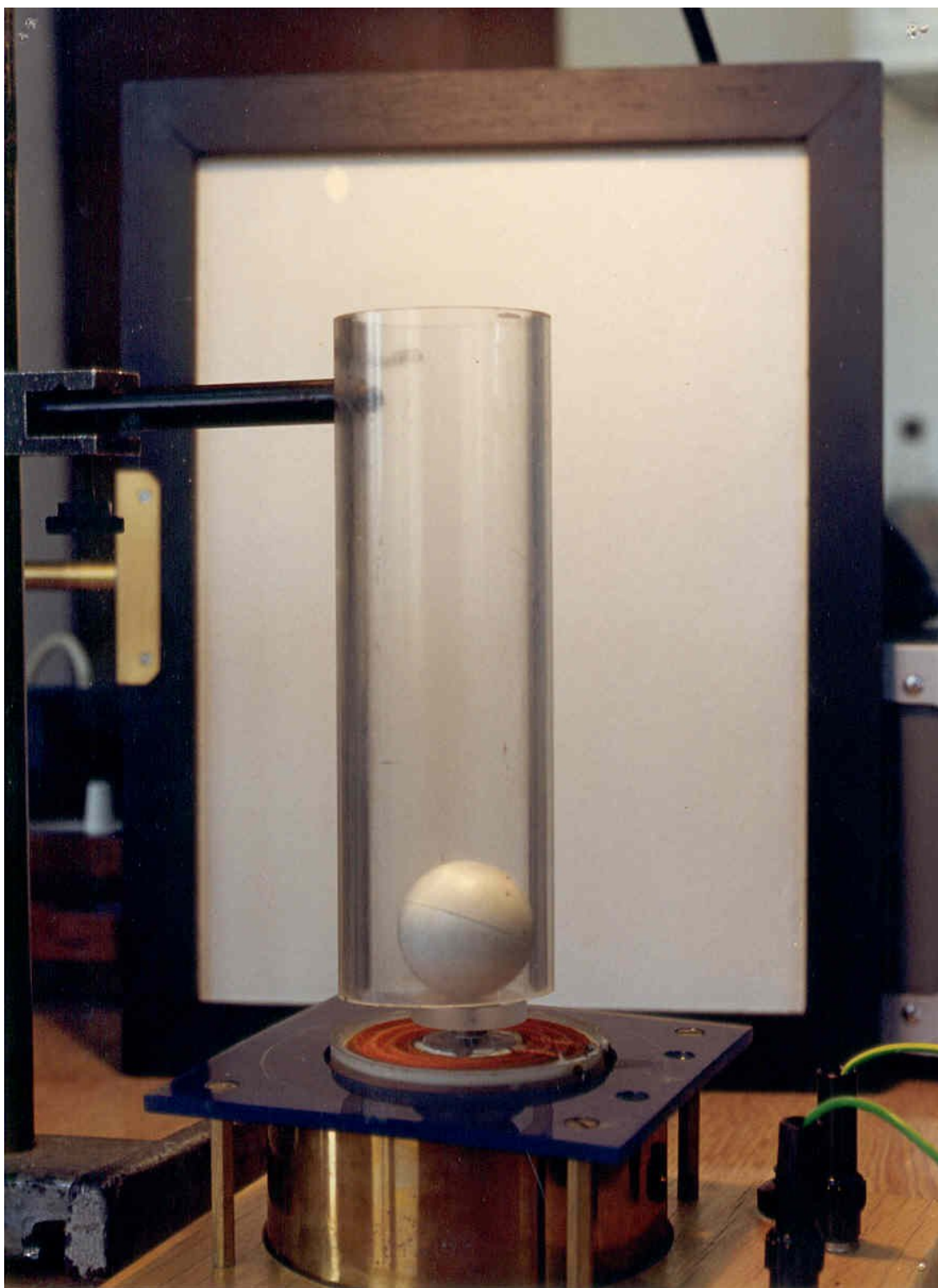
Przyspieszenie Fermiego -
rozkład czasów $t(n)$

Przyspieszenie Fermiego: korelacja $t(n+1)$ vs $t(n)$



Przyspieszenie Fermiego: Rozchodzenie się błędów



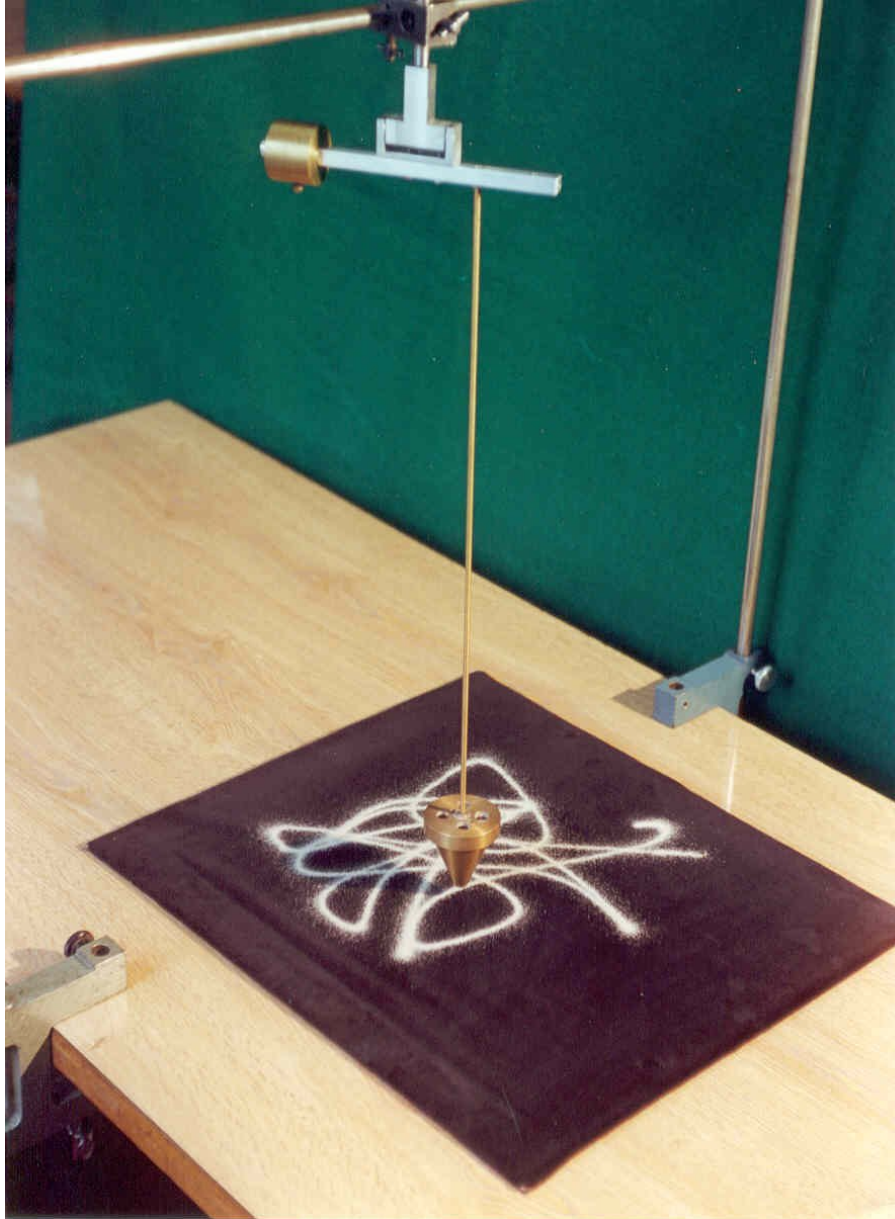


Rysunek 1: Zestaw do demonstracji przyspieszenia Fermiego

Niepowtarzalne wahadło

Drugi pokaz, który nazwaliśmy „niepowtarzalne wahadło”, ma prostą konstrukcję. Składa się z dość ciężkiego lejka miedzianego, który zawieszony jest na cienkim pręcie. Takie wahadło może wahać się wokół osi poziomej i obracać się wokół osi pionowej. W punktach ruchomych zostały zamontowane łożyska, aby tarcie było jak najmniejsze. Na osi poziomej jest umocowany obciążnik dla zrównoważenia ciężaru lejka. Zasadniczą rolę odgrywa tutaj sposób umocowania wahadła, a mianowicie wahadło jest umocowane w pewnej odległości od pionowej osi obrotu i właśnie ten fakt

powoduje stałe przenoszenie ruchu między wahaniami i obrotami. W tej demonstracji źródłem nieliniowości jest elastyczne sprzężenie między dwoma stopniami swobody wahadła: kątem obrotu wokół osi pionowej i kątem wychylenia. Elastyczne sprzężenie pozwala na wychylenia wahadła od pozycji pionowej; ilość stopni swobody jest więc zwiększona o dodatkowe dwa, i przestrzeń fazowa wahadła jest czterowymiarowa. To umożliwia występowanie chaosu zgodnie z twierdzeniem Poincaré-Bendixona, które mówi, że chaos jest możliwy w przestrzeni o wymiarze większym niż dwa. Takie wahadło jest przykładem ruchu chaotycznego; cechą charakterystyczną chaosu jest duża wrażliwość na małe zmiany warunków początkowych, a takie zmiany tutaj występują. Trajektorie wahadła są rejestrowane w postaci krzywej tworzonej przez piasek wysypujący się z lejka. Kształty tej krzywej tworzą na czarnej podkładce piękne wzory, za każdym razem zupełnie inne.



Rysunek 2: Niepowtarzalne wahadło

Dodatkowe informacje o niepowtarzalnym wahadle można znaleźć w tym pliku