

Mechanika - zestaw nr 5

1. Ze stanowiska ulokowanego dokładnie na biegunie północnym wystrzelujemy pionowo pocisk z prędkością początkową v_0 . Na jaką wysokość H_{max} wyleci pocisk, jeżeli pominiemy siły oporu powietrza? Proszę rozpatrzyć dwa przypadki, dla dwóch różnych sposobów potraktowania opisu grawitacyjnej energii potencjalnej:

- wersja lokalna względem poziomu wysokości stanowiska ($E_p = mgh$)
- wersja globalna względem nieskończonej odległości, czyli $E_p(r=\infty)=0$

Wyznaczyć wartości H_{max} dla dwóch wartości prędkości początkowej: $v_0=3000$ m/s oraz $v_1=7900$ m/s, czyli pierwszej prędkości kosmicznej

2. Na jakiej wysokości nad powierzchnią Ziemi ustawiona jest orbita satelitów tworzących system geolokalizacji GPS. Warunki działania tego systemu wymagają, aby okres obiegu satelitów na tej orbicie wynosił dokładnie 12 godzin. Jak zmieni się promień wymaganej orbity jeżeli zmienimy przedmiot dyskusji na satelity geostacjonarne, nadające satelitarne programy TV.

3. Ciało o masie m krąży po orbicie kołowej znajdującej się w odległości R od środka Ziemi ($R > R_z$). W pewnej chwili zostaje mu nadana prędkość v_0 styczna do jego orbity (prostopadła do prostej przechodzącej przez środek Ziemi i to ciało). Stosując prawa zachowania policzyć jaka będzie odległość tego ciała od Ziemi oraz jego prędkość w przeciwległym punkcie jego orbity. Policzyć minimalną prędkość która gwarantuje, że ciało nie zahaczy o powierzchnię Ziemi po przeciwnej stronie oraz prędkość, przy której ciało ucieknie do nieskończoności.

4. Znaleźć wysokość maksymalną lotu rakiety, która startując z Polski doleciała do punktu położonego na antypodach (okolice Ziemi Ognistej), jeżeli wiadomo, że drugie ognisko jej eliptycznego toru znajdowało się na powierzchni Ziemi (pierwsze oczywiście w centrum).

5. Obliczyć moment bezwładności walca o promieniu R i wysokości H , którego masa wynosi M . Założyć jednorodną gęstość w całej jego objętości. Obliczenia wykonać dla osi równoległych do pobocznic walca i przechodzących:

- 1) przez jego środek
- 2) przez punkt na powierzchni bocznej

6. Ławeczka w parku składa się z grubej deski o masie $M=50$ kg i długości $L=4$ m, ułożonej symetrycznie na dwóch betonowych podstawach w odległości $d=L/2$ od siebie. Na skraju ławki przysiadła zaczytana studentka o masie m . Proszę obliczyć nacisk deski na każdą z betonowych podpórek. Poprzedniej nocy chuligani wykręcili wszystkie śruby mocujące deskę do podpórek. Jaki warunek musi być spełniony aby studentka mogła całkowicie zignorować ten fakt. Jaką masę należy położyć na przeciwnym końcu ławeczki, aby studentka mogła dalej czytać, nie przejmując się wykręconymi śrubami?

7. Na płaszczyźnie poziomej leży szpulka o masie m promieniu zewnętrznym R i promieniu wewnętrznym r . Moment bezwładności szpulki względem jej osi symetrii wynosi $I = b m R^2$ ($b = \text{const}$), zaś współczynnik tarcia posuwistego między szpulką a płaszczyzną wynosi k . Do końca nici nawiniętej na tę szpulkę przyłożono stałą siłę F . Nici nawinięta jest tak, że odrywa się od szpuli poniżej osi symetrii i tworzy kąt α do poziomu. Znaleźć kierunek i wartość przyspieszenia osi szpulki oraz wartość graniczną siły F przy której szpulka będzie się jeszcze toczyć bez poślizgu.

8. Przez nieruchomy krążek o promieniu R i masie M przerzucono nieważką nici na której końcach zamocowano masy m_1 i m_2 . Zakładamy, że nici nie może się ślizgać po krążku oraz że krążek nie odczuwa tarcia przy obrocie wokół osi. Znaleźć przyspieszenie kątowe krążka oraz naciągi nici po jednej i po drugiej stronie krążka w czasie ruchu.

9. Kula bilardowa o masie M i promieniu R zostaje wprowadzona w ruch na stole dla którego współczynnik tarcia posuwistego kuli o podłoże wynosi $k=0.2$ a współczynnik tarcia tocznego można pominąć. Znaleźć ruch kuli w dwóch przypadkach:

- ◆ kula ma prędkość początkową \mathbf{V}_0 i prędkość obrotową równą zero
- ◆ kula ma prędkość początkową \mathbf{V}_0 i prędkość obrotową w chwili startu $\omega_0 > \mathbf{V}_0/R$.

10. Jednorodny walec o masie M i promieniu R stacza się z równi pochyłej o kącie nachylenia α . Współczynnik tarcia posuwistego wynosi k zaś tarcie toczne można pominąć. Znaleźć równanie ruchu tego walca z poślizgiem i bez poślizgu oraz znaleźć warunek rozgraniczający te dwa przypadki. W obu przypadkach znaleźć prędkość walca u podstawy równi jeżeli walec stacza się z wysokości H .

11. Na gładkiej poziomej płaszczyźnie leży deska o masie M , na której umieszczono kulę o masie m . Do deski przyłożono poziomą siłę F . Z jakim przyspieszeniem będą się poruszać deska oraz środek kuli jeżeli założymy brak poślizgu między nimi.

12. Kulka plasteliny o masie m leci poziomo, z prędkością V_0 . Kulka wpada do kieszonki, umieszczonej w odległości R_0 od osi cylindra, który obraca się swobodnie wokół tejże osi, ustawionej pionowo. Kulka wytraca cały swój ruch w tej kieszonce, tak, że zderzenie staje się całkowicie niesprężyste. Jaka będzie końcowa prędkość kątowa walca (razem ze złapaną kulką) ?

13. Pręt o masie M i długości L leży na doskonale gładkim stole. Krążek gumowy o masie m uderza w pręt pod kątem prostym w odległości x od jego środka i odbija się doskonale sprężysto. Jaki będzie ruch obu ciał po zderzeniu ? Jaka musi być masa krążka aby po zderzeniu pozostał on nieruchomo na stole ? Dodatkowo: Rozważyć to samo zadanie w sytuacji kiedy jeden z końców pręta jest przybity do stołu i stanowi nieruchomą oś obrotu (bez tarcia).

14. Krążek o masie M i promieniu R został przewiercony w odległości x od swojego środka. W powstały otwór wstawiono gwóźdź, który wbito w pionową ścianę. Tak powstały układ może wykonywać oscylacje w płaszczyźnie pionowej wokół osi, którą stanowi gwóźdź. Proszę policzyć okres tych oscylacji (dla małej amplitudy) w zależności od parametru x (odległości osi od środka krążka). Proszę narysować wykres kwadratu okresu T od wartości x .