

## 7. Modele odkształcenia plastycznego polikryształu

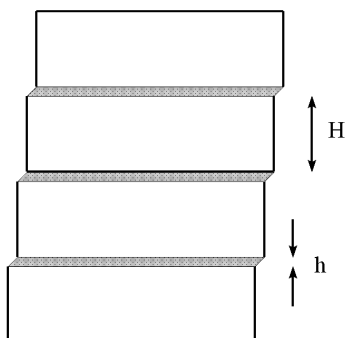
### 7.1. Mechanizmy odkształcenia plastycznego

O ile odkształcenie sprężyste ciała polega na odwracalnym przemieszczeniu atomów z ich pozycji równowagowych pod wpływem przyłożonych sił, to wywołanie odkształcenia plastycznego wymaga uruchomienia zjawiska poślizgu krystalograficznego lub (oraz) bliźniakowania mechanicznego. Oba wspomniane mechanizmy są nieodwracalne, tzn. po zaniknięciu sił zewnętrznych pozostaje trwałe odkształcenie materiału. Zarówno poślizg jak i bliźniakowanie polegają na ścinającym ruchu jednej części kryształu (lub kryształitu) względem drugiej.

Zjawisko poślizgu przedstawiono schematycznie na Rys. 7.1. Bloki kryształu przemieszczają się względem siebie; ruch ten odbywa się na płaszczyźnie poślizgu (hkl) i w kierunku na niej leżącym, czyli w kierunku poślizgu [uvw]. Definiuje się pojęcie systemu poślizgu [uvw](hkl). W kryształach istnieje na ogół pewna ilość symetrycznie równoważnych systemów poślizgu; tworzą one rodzinę systemów  $\langle uvw \rangle \{ hkl \}$ . Poślizg możliwy jest dzięki ruchowi ogromnej ilości dyslokacji (krawędziowych i śrubowych) w systemie poślizgu. Dyslokacje są „smarem” umożliwiającym poślizg. Ruch dyslokacji, a zatem i poślizg zachodzą w stosunkowo wąskim obszarze materiału (zw. pasmem poślizgu); można natomiast powiedzieć, że przemieszczane bloki kryształu są „nieaktywne”. Poglądowy Rys. 7.1 porównać można ze zdjęciem z mikroskopu elektronowego, przedstawiającym odkształcane ziarno polikryształu – Rys. 7.2. Widać na nim zajście poślizgu na dwóch różnych płaszczyznach poślizgu.

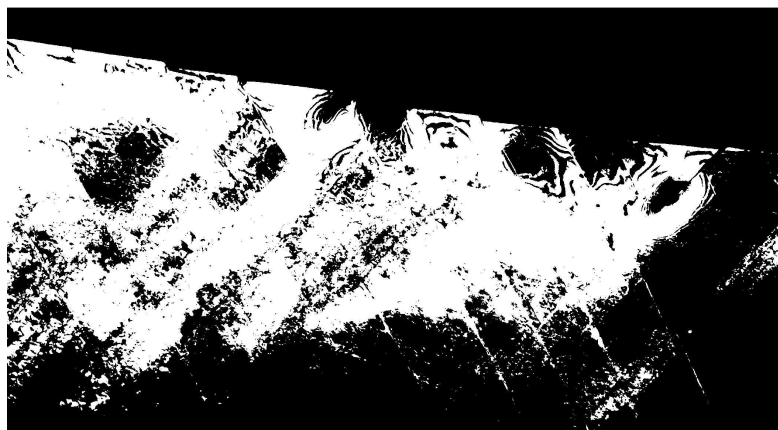
Bliźniakowanie mechaniczne (tzn. pod wpływem przyłożonej siły) polega na ścinającym ruchu płaszczyzn atomowych, co prowadzi do powstania obszaru o orientacji sieci będącej zwierciadlanym odbiciem orientacji sieci kryształu pierwotnego – Rys. 7.3. Obszar ten nazywamy bliźniakiem. Zauważmy, że podczas jego powstawania, wszystkie kolejne warstwy atomowe bliźniaka przemieszczone zostały (odkształcenie typu ścinania) względem sąsiednich. Nie ma tutaj „nieaktywnych” bloków materiału, dlatego też odkształcenie ścinające  $\gamma$  jest duże w porównaniu z poślizgiem.

Poprzez superpozycję odkształceń ścinających (przez poślizg lub bliźniakowanie) w różnych systemach ścinania (poślizgu lub bliźniakowania), uzyskać można na ogół dowolne odkształcenie, pod warunkiem, że w materiale aktywnych jest co najmniej pięć takich niezależnych systemów. Pamiętać także trzeba, że odkształceniu przez poślizg lub bliźniakowanie towarzyszy obrót (rotacja) sieci kryształu lub kryształitu (por. Rys. 7.6)



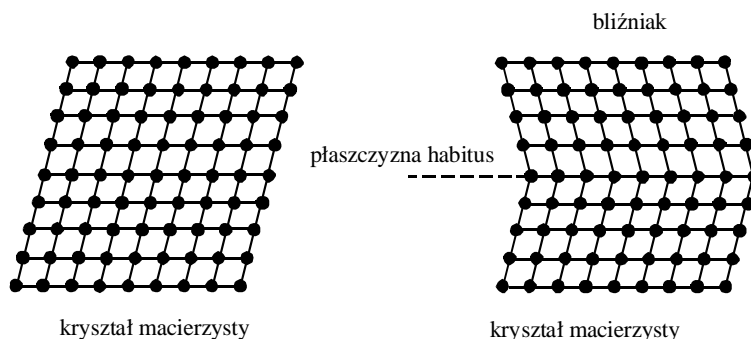
Rys 7.1

Schematyczne przedstawienie zjawiska poślizgu w monokryształe. „Nieaktywne” bloki monokryształu o szerokości  $H$  przemieszczane są ruchem ścinającym względem siebie po płaszczyźnie poślizgu (na tym rysunku poziomej) wzdłuż leżącego w niej kierunku poślizgu (także tutaj poziomego). Obszar o szerokości  $h$ , gdzie intensywnie zachodzi poślizg na równoległych do siebie płaszczyznach poślizgu – to pasmo poślizgu. W paśmie poślizgu gęstość dyslokacji jest o kilka rzędów wielkości wyższa niż w nieaktywnych blokach monokryształu.



Rys 7.2

Zdjęcie z mikroskopu elektronowego ilustrujące zjawisko poślizgu – porównaj z poprzednim rysunkiem. Przyglądając się dokładniej widać ślady równoczesnego poślizgu także na innej płaszczyźnie.



Rys 7.3

Bliźniak powstaje z kryształ macierzystego przez ścinający ruch kolejnych warstw atomów względem siebie. Granica pomiędzy tymi dwoma obszarami to płaszczyzna habitus. Analogicznie jak w poślizgu, definiujemy tutaj kierunek i płaszczyznę bliźniakowania (ta ostatnia równoległa jest do płaszczyzny habitus).

Spośród dwóch wymienionych mechanizmów odkształcenia plastycznego, na ogół dominujące znaczenie ma poślizg. Bliźniakowanie pojawia się najczęściej wtedy, gdy w materiale występuje niewystarczająca liczba niezależnych systemów poślizgu, aby zrealizować wymuszone makroskopowe odkształcenie. Taka sytuacja ma np. miejsce w metalach o sieci heksagonalnej. Natomiast, opisując odkształcenie plastyczne metali o sieci regularnej, wystarczy w przeważającej większości przypadków ograniczyć się do poślizgu krystalograficznego.

## 7.2. Model odkształcenia materiału polikrystalicznego

Obecnie znamy wystarczająco dobrze mechanizmy odkształcenia sprężystego (prawo Hooke'a w postaci tensorowej) i plastycznego (poślizg, bliźniakowanie) na poziomie krystalograficznym. Z drugiej strony posiadamy dobry opis struktury polikryształu, np. przez funkcję tekstury. Powstaje zatem możliwość tworzenia modeli odkształcenia ciała w oparciu o informacje strukturalne z tych dwóch poziomów organizacji materii (kryształ, polikryształ). Modele takie powinny opisywać w sposób dostatecznie ogólny odpowiedź materiału polikrystalicznego (odkształcenie sprężyste  $E_{ij}^e$  i plastyczne  $E_{ij}^p$ ) na przyłożone siły zewnętrzne (wyrażone tensorem  $\Sigma_{ij}$ ). A zatem, chcielibyśmy wyliczać całkowite odkształcenie materiału  $E_{ij} = E_{ij}^e + E_{ij}^p$  jako funkcję przyłożonego tensora sił zewnętrznych  $\Sigma_{ij}$ , znając charakterystykę materiału. Ta ostatnia to: struktura krystalograficzna, początkowa tekstura krystalograficzna, stałe elastyczne, naprężenia krytyczne poślizgu, początkowe naprężenia wewnętrzne itp.

Podstawowe pytanie, na które trzeba odpowiedzieć, rozpoczynając konstrukcję jakiegokolwiek modelu odkształcenia polikryształu, brzmi: jaka jest zależność pomiędzy wielkościami makroskopowymi, charakteryzującymi próbkę ( $\Sigma_{ij}$ ,  $E_{ij}$ ), a analogicznymi wielkościami „widzianymi” przez dane ziarno polikryształu ( $\sigma_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$ ) – por. Rys.7.4. Nie można jednoznacznie i ściśle rozwiązać tego problemu, dlatego też



Rys 7.4. Do próbki przyłożony jest makroskopowy stan naprężeń  $\Sigma_{ij}$ ; ziarno „widzi” lokalny stan naprężeń  $\sigma_{ij}$ . Podobnie, odkształcenie próbki wynosi  $E_{ij}$ , zaś lokalne odkształcenie ziarna to  $\epsilon_{ij}$ .

używamy modeli odkształcenia polikryształu. Istnieje cała ich gama, lecz istotę większości z nich można wyrazić następującym równaniem:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\Sigma}_{ij} + L_{ijkl} (\dot{E}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}) \quad (7.1)$$

gdzie  $L_{ijkl}$  jest tensorem oddziaływania, zaś kropka symbolizuje pochodną czasową; ponadto użyto tu konwencji sumowania po powtarzających się wskaźnikach. Wylczenie tensora  $L_{ijkl}$  wymaga użycia pewnych założeń upraszczających rzeczywistość lub modeli. W ostatnich latach używa się szeroko tzw. modeli samouzgodnionych (Lipiński, Berveiller, 1989; Molinari, Canova, Ahzi, 1987). Okazuje się jednak, że w wielu przypadkach wystarczająco dobry opis rzeczywistości daje założenie izotropowego oddziaływania ziarna z otoczeniem. W takim przypadku tensor  $L_{ijkl}$  zastąpiony zostaje wielkością skalarną  $L$ , zaś odkształcenie całkowite – odkształceniem plastycznym, i prawo oddziaływania przyjmuje postać:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\Sigma}_{ij} + L(\dot{E}_{ij}^p - \dot{\varepsilon}_{ij}^p) \quad (7.2)$$

lub równoważną:

$$\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\Sigma}_{ij} = -L(\dot{\varepsilon}_{ij}^p - \dot{E}_{ij}^p) \quad (7.3)$$

Wygodna w użyciu jest scałkowana postać Równ. 7.2 (uzyskana przy założeniu, że występujące w nim tensory mają zerowe wartości początkowe, tzn. dla  $t=0$ ):

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + L(E_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^p) \quad (7.4)$$

Taka właśnie postać prawa oddziaływania używana jest w niektórych obliczeniach.

Okazuje się, że wiele ze znanych „podstawowych” modeli sprowadza się do Równ. 7.2 (lub 7.3) jeśli za  $L$  przyjmie się odpowiednie wartości, i tak:

a)  $L=0$  prowadzi do tzw. *modelu statycznego*. W modelu tym zakłada się brak jakichkolwiek oddziaływań między ziarnami i w każdym punkcie próbki ziarna

„widzą” jednorodny stan naprężeń:  $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\Sigma}_{ij}$  oraz  $\sigma_{ij} = \Sigma_{ij}$ ,

b)  $L \rightarrow \infty$  prowadzi do modelu Taylora (Taylor, 1938). Podstawowym założeniem modelu jest jednorodność odkształcenia plastycznego w całej próbce:  $\varepsilon_{ij}^p = E_{ij}^p$  oraz

$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{E}_{ij}^p$ ; zauważmy, że z Równ. 7.2:  $L = \frac{\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\Sigma}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_{ij}^p - \dot{E}_{ij}^p}$ , a zatem jeśli  $\dot{\sigma}_{ij} \neq \dot{\Sigma}_{ij}$ , to  $L \rightarrow \infty$ ,

c)  $L=\mu$  ( $\mu$  jest modułem sztywności) prowadzi do modelu oddziaływania czysto sprężystego (Kröner, 1961),

d)  $L=2\mu$  prowadzi do modelu Lina (1957), którego podstawowym założeniem jest:  $E_{ij}^e + E_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$  (ponadto zakłada się także izotropową sprężystość oraz zerową dylatację dla odkształcenia plastycznego),

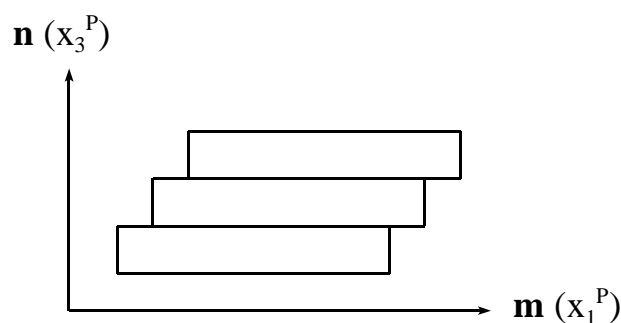
e)  $L=\alpha\mu$  prowadzi do opisu zgodnego z doświadczeniem. Jest to model izotropowy z oddziaływaniem sprężysto-plastycznym; Berveiller, Zaoui (1979), Wierzbanowski (1987, 1992). Parametr  $\alpha$  zwany jest *współczynnikiem akomodacji sprężysto-plastycznej*; zgodne z doświadczeniem wartości  $\alpha$  leżą w przedziale 0.1 – 0.01. Współczynnik ten uwzględnia częściowe „dopasowanie” kształtu ziarna do otaczającego materiału w drodze dodatkowego, lokalnego odkształcenia plastycznego w obszarze granic ziarna.

Omówimy teraz przebieg obliczeń modelu odkształcenia sprężysto-plastycznego polikryształu. Wynikiem tych obliczeń jest odkształcenie oraz stan naprężeń ziaren i całej próbki jak również rozkład orientacji sieci krystalograficznej ziaren, czyli tekstura krystalograficzna. Zbierzmy podstawowe fakty, które muszą być uwzględnione w modelu.

### Podstawowe fakty:

\* Elementarnym aktem odkształcenia plastycznego jest poślizg krystalograficzny. Zachodzi on na płaszczyźnie krystalograficznej (hkl) i w kierunku w niej leżącym [uvw]; płaszczyznę poślizgu charakteryzujemy krócej przez wersor  $\mathbf{n}$  do niej prostopadły, zaś kierunek poślizgu przez wersor  $\mathbf{m}$ . Przydatne jest wprowadzenie układu odniesienia związanego z poślizgiem:  $\mathbf{x}_1^P=\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{x}_3^P=\mathbf{n}$  (Rys.7.5). W układzie tym jedyna składowa naprężeń, która jest istotna dla zajścia poślizgu to:  $\tau = \sigma_{13}^P$ . Podobnie, tensor gradientu przemieszczenia, który charakteryzuje elementarny akt poślizgu, zawiera jedną tylko niezerową składową:  $\Delta\gamma = \Delta\epsilon_{13}$ .

(W prezentowanym modelu pomijamy odkształcenie sprężyste, gdyż ma ona znikomą wartość w porównaniu z odkształceniem plastycznym; nie pomijamy natomiast sprężysto-plastycznego charakteru oddziaływania ziarna z otoczeniem).

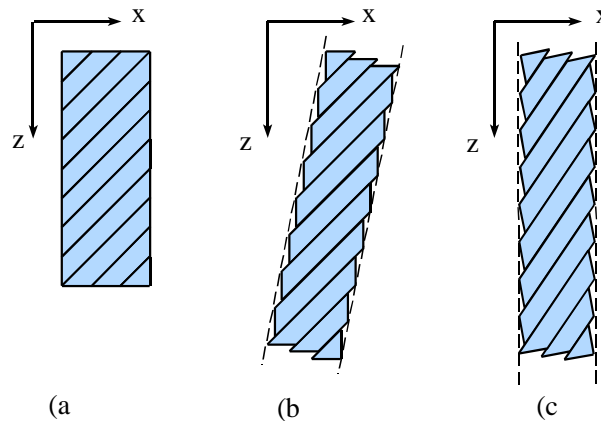


Rys. 7.5. Elementarny akt poślizgu i związany z nim układ odniesienia (P). Pierwszą oś układu P wyznacza wektor  $\mathbf{m}$ , zaś trzecią wektor  $\mathbf{n}$ .

\* Warunkiem zajścia poślizgu jest przekroczenie przez naprężenie ścinające  $\tau = \sigma_{13}^P$  wartości krytycznej  $\tau_{kr}$ , czyli:  $\tau \geq \tau_{kr}$  (jest to prawo Schmidta),

\* Każdy akt poślizgu wytwarza odkształcenie  $\Delta\varepsilon_{ij}$  oraz obrót  $\Delta\omega_{ij}$  ziarna. Rozważamy wyłącznie odkształcenie plastyczne, a zatem zachowany jest warunek stałej objętości materiału:  $\Delta\varepsilon_{ii} = 0$ ,

Obrót sieci nie wynika z samego poślizgu. Po elementarnym akcie poślizgu ziarno jako ciało doznaje obrotu (Rys. 7.6 b), zaś sieć nie zmienia orientacji. Obrót sieci jest wymuszony poprzez warunek zachowania pewnych kierunków i (lub) płaszczyzn „makroskopowych” (Rys. 7.6 c).

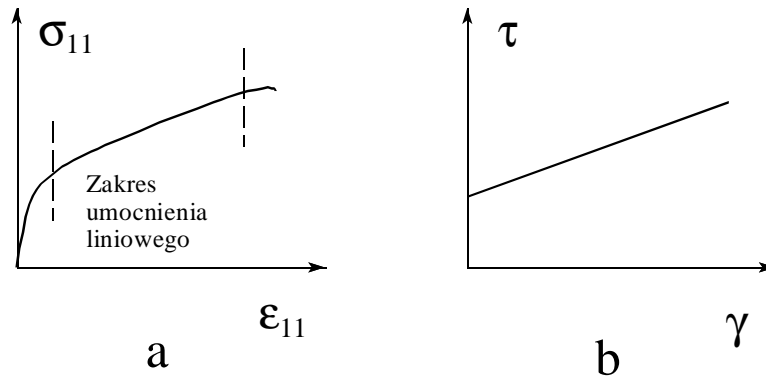


Rys. 7.6. Rozciąganie monokryształu w kierunku osi z: a) przed zejściem poślizgu, b) po poślizgu na zaznaczonej płaszczyźnie krystalograficznej, c) po spełnieniu warunku „zachowania” kierunku równoległego do siły rozciągającej, (czyli osi z).

Przykładowo, w teście rozciągania osiowego próbki, kierunek równoległy do kierunku rozciągania musi być zachowany. Ten właśnie warunek wymusza dodatkowy obrót ziarna, który powoduje obrót sieci względem laboratoryjnego układu odniesienia. Możemy napisać:  $\Delta\omega_{ij}^{sieć} = -\Delta\omega_{ij}$  (po prawej stronie tej równości mamy obrót ziarna).

\* Ziarno oddziałuje z otaczającym je materiałem. Wskutek tego naprężenia, które widzi ziarno (porównaj Równ. 7.4) są superpozycją przyłożonych naprężeń makroskopowych ( $\Sigma_{ij}$ ) oraz naprężeń reakcji:  $L(E_{ij}-\varepsilon_{ij})$ ,

\* W trakcie odkształcenia systemy poślizgu umacniają się, co możemy w skali makroskopowej obserwować jako wznoszenie się krzywej rozciągania w zakresie plastycznym (Rys. 7.7 A). Precyzyjniejszą charakterystyką tego procesu jest wykres zależności  $\tau_{kr}$  w funkcji  $\gamma$  (Rys. 7.7 B); w dużym zakresie jest to zależność liniowa:  $\Delta\tau_{kr} \sim \Delta\gamma$ . Fizyczną przyczyną umocnienia jest intensywne mnożenie się defektów podczas odkształcenia plastycznego, w tym dyslokacji. Te ostatnie są niezbędne dla wystąpienia poślizgu (bez ich obecności siły wywołujące poślizg byłyby o trzy - cztery rzędy wielkości wyższe niż obserwowane w rzeczywistości). Jednak w sytuacji ich nadmiaru – dochodzi do wzajemnego blokowania się i plątania dyslokacji (przez co ich ruch jest utrudniony), a to w konsekwencji prowadzi do podwyższenia naprężeń krytycznych niezbędnych do wywołania poślizgu.



Rys. 7.7. Umocnienie liniowe: a) liniowy zakres krzywej rozciągania, b) zależność  $\tau_{kr}$  od  $\gamma$  dla pojedynczego systemu poślizgu.

Prowadzenie obliczeń modelowych wymaga znajomości konkretnych formuł na omówione powyżej wielkości, takie jak: a)  $\tau$ , b)  $\tau_{kr}$ , c)  $\Delta\varepsilon_{ij}$  i  $\Delta\omega_{ij}$ , d)  $E_{ij}$ . Zbierzmy te szczegółowe zależności.

### Niezbędne wyrażenia

a)  $\tau$  - aktualne naprężenie ścinające w danym systemie poślizgu

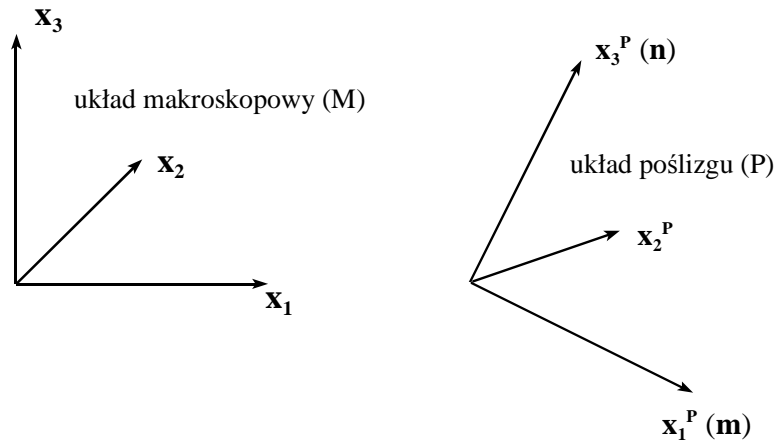
System poślizgu identyfikujemy jako  $\langle \mathbf{m} \rangle (\mathbf{n})$ , gdzie  $\mathbf{m}$  jest wersorem kierunku poślizgu, zaś  $\mathbf{n}$  jest wersorem prostopadłym do płaszczyzny poślizgu. Poszukiwane przez nas  $\tau$  jest po prostu składową  $\sigma_{13}^P$  naprężeń lokalnych wyrażonych w układzie związanym z systemem poślizgu (P); a zatem:

$$\tau = \sigma_{13}^P = a_{1i} a_{3j} \sigma_{ij} = m_i n_j \sigma_{ij} \quad (7.5)$$

gdzie  $\sigma_{ij}$  jest tensorem naprężeń wyrażonym w „makroskopowym” układzie odniesienia próbki (M), którego osie wyznaczone są np. przez główne osie symetrii lub krawędzie próbki. Definiując ponadto wielkość:  $R_{ij} = m_i n_j$ , charakteryzującą orientację danego systemu poślizgu względem układu M, otrzymujemy końcowy wynik na  $\tau$ :

$$\tau = R_{ij} \sigma_{ij} \quad (7.6)$$

W powyższym równaniu należy wykonać oczywiście sumowanie po powtarzających się wskaźnikach  $i$  oraz  $j$ . Relacja ta wyraża po prostu transformację tensora naprężeń z układu M do układu P dla składowej '13'. Oba układy odniesienia pokazano schematycznie na poniższym rysunku.



Rys. 7.8. Dwa układy odniesienia: układ makroskopowy (M) związany z próbką oraz układ poślizgu (P): pierwszą jego oś wyznacza wektor  $\mathbf{m}$  zaś trzecią wektor  $\mathbf{n}$ .

b)  $\tau_{kr}$  - krytyczne naprężenie ścinające na poślizg

Jak już wspomnieliśmy, dla wielu materiałów spełniona jest zależność  $\Delta\tau_{kr} \sim \Delta\gamma$ , czyli liniowe prawo umocnienia ( $\Delta\gamma$  jest przyrostem odkształcenia ścinającego na systemie poślizgu – patrz Rys. 7.9). W rzeczywistości na ogół występuje poślizg na kilku systemach równocześnie i umocnienie w danym systemie zależy od wielkości odkształcenia ścinającego w każdym z innych systemów. W konsekwencji, liniowa relacja umocnienia ma postać:

$$\Delta\tau_{kr}^i = H_{ij}\Delta\gamma^j \quad (7.7)$$

lub też:

$$\tau_{kr}^i = \tau^0 + H_{ij}\gamma^j \quad (7.8)$$

We wzorach 7.7 i 7.8 występuje oczywiście sumowanie po powtarzającym się wskaźniku  $j$ , który numeruje aktywne systemy poślizgu. Macierz  $H_{ij}$  nazywana jest macierzą umocnienia. Badania teoretyczne i doświadczalne pokazują, że macierz ta ma charakterystyczną strukturę: występują w niej wyrazy silne ( $h_2$ ) i słabe ( $h_1$ ). Ich stosunek:  $A=h_2/h_1$  nazywany jest współczynnikiem anizotropii umocnienia. Przykładowo, jeden z wyrazów słabych opisuje samo-umocnienie systemu poślizgu (umocnienie systemu przez zajście poślizgu na nim samym), zaś jeden z wyrazów mocnych opisuje umocnienie w parze systemów o prostopadłych kierunkach poślizgu (Franciosi, Berveiller, 1980). Przykładowo, dla metali o strukturze regularnej płasko centrowanej (dwanaście systemów poślizgu z rodziny  $\langle 110 \rangle\{111\}$ ) macierz umocnienia, która jest symetryczna, ma następującą postać:





$$\Delta e_{ij} = \sum_g R_{ij}^g \Delta \gamma^g \quad (7.11)$$

Mając wyrażenie na  $\Delta e_{ij}$  łatwo znajdujemy wyrażenia na  $\Delta \varepsilon_{ij}$  i  $\Delta \omega_{ij}$  (są to odpowiednio część symetryczna i anty-symetryczna  $\Delta e_{ij}$ ):

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \sum_g (R_{ij}^g + R_{ji}^g) \Delta \gamma^g \quad (7.12)$$

$$\Delta \omega_{ij} = \frac{1}{2} \sum_g (R_{ij}^g - R_{ji}^g) \Delta \gamma^g \quad (7.13)$$

Przypomnijmy, że  $\Delta \omega_{ij}$  jest obrotem (rotacją) ziarna jako całości po akcji poślizgu, zaś sieć krystaliczna pozostałaby w tej samej orientacji (gdyby nie było dodatkowych „więzów” nałożonych na ziarno). Natomiast, ze względu na oddziaływanie zewnętrzne, istnieje konieczność „zlikwidowania” obrotu ziarna jako całości. Po prostu ziarno otoczone jest materiałem próbki, który nie pozwala na jego obrót. A zatem występuje dodatkowy obrót kompensacyjny  $-\Delta \omega_{ij}$ , który powoduje zmianę orientacji sieci krystalicznej ziarna. Zapamiętajmy zatem:

$$\Delta \omega_{ij}^{\text{sieci}} = -\Delta \omega_{ij} \quad (7.14)$$

*d) odkształcenie makroskopowe (próbki)  $E_{ij}$*

Odkształcenie makroskopowe, czyli odkształcenie próbki jest po prostu średnią odkształceń poszczególnych ziaren:

$$E_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V_0} \sum_I \varepsilon_{ij}^I V^I \quad (7.15)$$

gdzie  $V^I$  jest objętością I-tego ziarna,  $V_0$  – objętością próbki, a sumowanie (wskaźnik  $I$ ) wykonano po wszystkich ziarnach w próbce.

### Sposób prowadzenia obliczeń

Obliczenia prowadzone są w sposób przyrostowy. W kolejnym kroku (o numerze  $k$ ) powiększany jest skokowo poziom przyłożonych naprężeń zewnętrznych:  $\Sigma_{ij} = \Sigma_{ij}^0 + (k-1)\Delta \Sigma_{ij}$ ; kształt samego tensora naprężeń przyłożonych pozostaje bez zmian.

Przykładowo, odkształcenie przez rozciąganie w kierunku osi  $x_3$  opisuje następujący

tensorem naprężeń zewnętrznych:  $\Sigma_{ij} = \Sigma \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , gdzie  $\Sigma$  jest „amplitudą”

naprężeń oraz  $\Sigma = \Sigma^0 + (k-1)\Delta\Sigma$ .

Przebieg obliczeń ilustruje poniższy schemat:

*Krok Nr 1:*

- Naprężenia lokalne na początku wynoszą:  $\sigma_{ij} = \Sigma_{ij}^0$ , gdzie  $\Sigma_{ij}^0$  jest początkową wartością naprężeń makroskopowych, tak dobraną, aby na najlepiej zorientowanych systemach poślizgu było już bardzo „blisko” do spełnienia warunku Schmid’a, tzn.:  $\tau = \tau_{kr}$ . Dla wspomnianego powyżej przykładu rozciągania:  $\Sigma^0 = 2\tau_0$  ( $\tau_0$  to początkowa wartość naprężenia krytycznego – por. Równ. 7.8),
- Wyszukujemy „najbardziej aktywny” system poślizgu:  $|\tau^{Ig} - \tau_{kr}^{Ig}| = \max$  (wskaźnik  $I$  numeruje ziarna w próbce, zaś wskaźnik  $g$  systemu poślizgu w danym ziarnie),
- Przeprowadzamy w powyższym systemie odkształcenie ścinające (poślizg) o amplitudzie  $\Delta\gamma^{Ig}$  i wyliczamy wynikającą z tego odkształcenie i rotację:  $\Delta\varepsilon_{ij}^I$  i  $\Delta\omega_{ij}^I$  (jeden z możliwych sposobów prowadzenia obliczeń polega na przyjęciu pewnej stałej, arbitralnie ustalonej, niewielkiej amplitudy  $\Delta\gamma$  dla kolejno wybieranych systemów poślizgu; np.  $\Delta\gamma=0.01$ ),
- Modyfikujemy stan naprężeń lokalnych, zgodnie z relacją:  $\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + L(E_{ij} - \varepsilon_{ij})$ , otrzymaną po scałkowaniu Równ. 7.2 (zakładając zerowe wartości początkowe występujących w nim tensorów).

*Krok Nr 2:*

- znów wyszukujemy „najbardziej aktywny system poślizgu”, biorąc pod uwagę zmodyfikowany w poprzednim kroku stan naprężeń lokalnych,
- pozostałe obliczenia tak jak w poprzednim kroku,

*Kroki następne*

.

.

Obliczenia zatrzymujemy, gdy próbka osiągnęła zakładane końcowe odkształcenie ( $E_{ij}$ ).

### 7.3 Zastosowania modelu odkształcenia polikryształu

Przedstawiony powyżej schemat prowadzi do wyliczenia odkształcenia oraz zmian orientacji sieci wszystkich ziaren w próbce. W konsekwencji więc, znamy odkształcenie makroskopowe (próbki) oraz rozkład orientacji ziaren, czyli teksturę krystalograficzną.

Z obliczeń modelowych możemy więc bezpośrednio przewidywać:

- wyniki testów mechanicznych (np. test rozciągania, ściskania, skręcania ...),
- teksturę krystalograficzną,
- stan naprężeń wewnętrznych próbki,
- krzywe i powierzchnie plastyczności (czyli charakterystyki „progu” plastyczności próbki).

Z modelu można także przewidywać w sposób pośredni inne wielkości. Przykładem może być lokalna gęstość dyslokacji,  $\rho$ , która jest proporcjonalna do  $\langle \tau_{kr}^2 \rangle$ . Wielkość ta ma bezpośrednie znaczenie w przebiegu rekrytalizacji, której często poddawane są materiały odkształcone, celem modyfikacji ich własności.

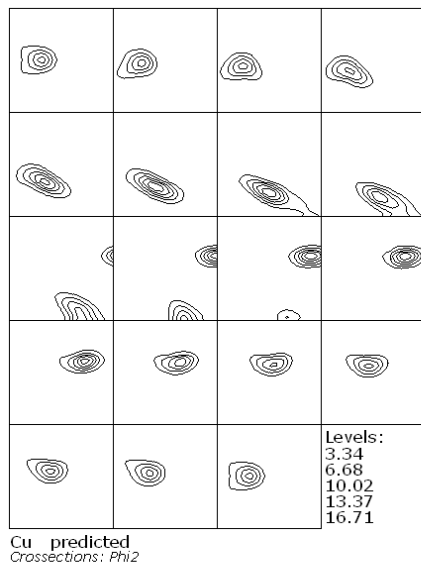
Przyjrzyjmy się typowym wynikom uzyskiwanym z modelu.

#### Przykładowe wyniki

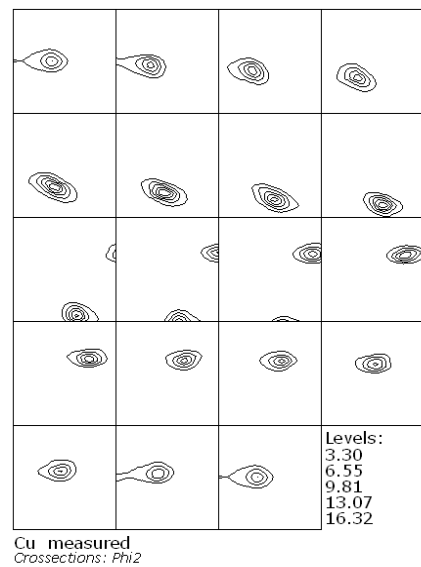
Na Rys. 7.10 – 7.12 przedstawiono porównanie przewidzianych i zmierzonych tekstur walcowania metali. Jako parametry modelu ( $\tau_0$ ,  $\tau_{kr}$ ,  $H_{ij}$ ,  $L$ ) przyjęto typowe, publikowane w literaturze, doświadczalnie znalezione wartości dla danego typu materiału.

W przypadku metali o strukturze regularnej płasko centrowanej (miedź, mosiądz) użyto systemów poślizgu  $\langle 110 \rangle \{ 111 \}$ . W przypadku miedzi przyjęto parametr oddziaływania  $L=800$  MPa, zaś dla mosiądzu  $L=200$  MPa. (pamiętając, że  $L=\alpha\mu$ , wartości te można jakościowo uzasadnić różnymi modułami ścinania  $\mu$ , a także różnym oddziaływaniem między ziarnami, opisanymi przez współczynnik akomodacji sprężysto-plastycznej  $\alpha$ ).

Opisując odkształcenie stali, użyto systemów poślizgu charakterystycznych dla struktury regularnej przestrzennie centrowanej, tzn.:  $\langle 111 \rangle \{ 110 \}$  i  $\langle 111 \rangle \{ 112 \}$ , oraz przyjęto  $L=1000$  MPa.

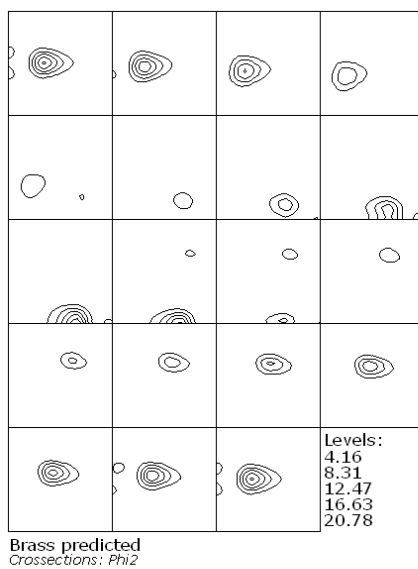


**Model**

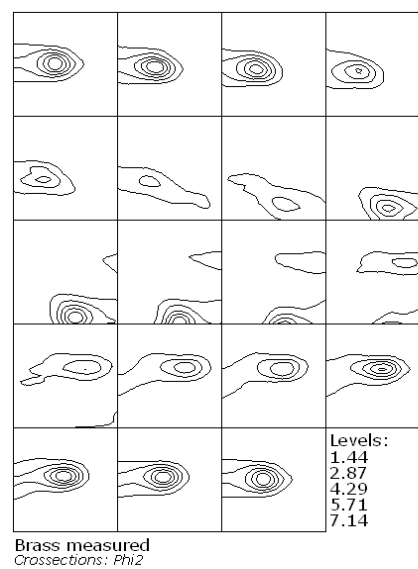


**Pomiar**

Rys.7.10. Porównanie przewidzianej ( $L=800$  MPa) i zmierzonej tekstury walcowania polikrystalicznej miedzi; przedstawiono przekroje funkcji rozkładu orientacji dla  $\varphi_2=0^0, 5^0, 10^0, \dots, 90^0$ .

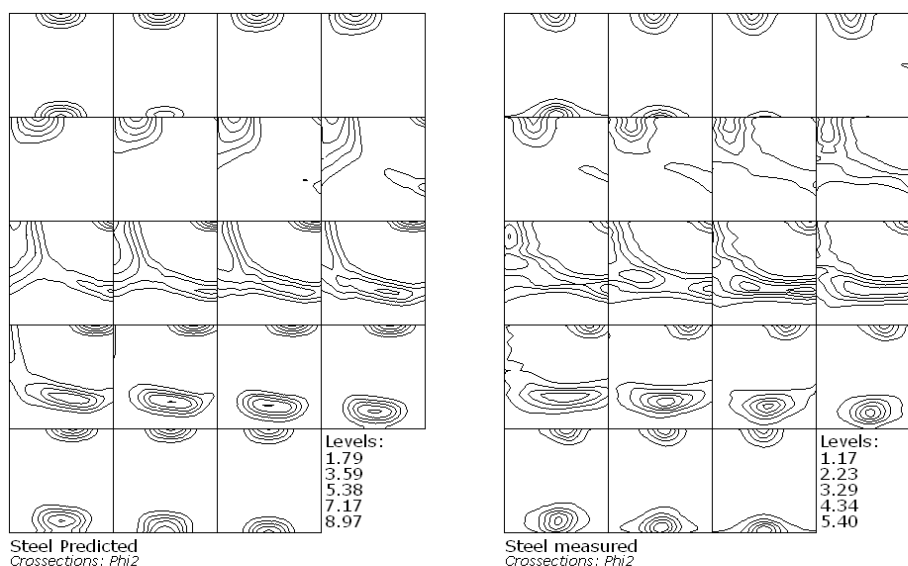


**Model**



**Pomiar**

Rys.7.11. Porównanie przewidzianej ( $L=200$  MPa) i zmierzonej tekstury walcowania polikrystalicznego mosiądzu; przedstawiono przekroje funkcji rozkładu orientacji dla  $\varphi_2=0^0, 5^0, 10^0, \dots, 90^0$ .



### Model

### Pomiar

Rys.7.12. Porównanie przewidzianej ( $L=1000$  MPa) i zmierzonej tekstury walcowania stali; przedstawiono przekroje funkcji rozkładu orientacji dla  $\varphi_2=0^0, 5^0, 10^0, \dots, 90^0$ .

Jak widać, zgodność przewidzianych (z modelu) oraz doświadczalnych tekstur (funkcji rozkładu orientacji) jest znakomita.

Oprócz tekstur, model umożliwia także przewidywanie innych, bardzo istotnych charakterystyk materiałów. Jedną z nich jest krzywa rozciągania. Na poniższym rysunku (Rys. 7.13) przedstawiono przewidziane krzywe rozciągania dla polikrystalicznej miedzi, dla bardzo małego odkształcenia plastycznego. Modelowe krzywe odpowiadają różnym wartościom stałej akomodacji sprężysto-plastycznej  $\alpha$ , która definiuje parametr oddziaływania:  $L=\alpha\mu$  ( $\mu$  jest modułem ścinania). Jak widać, wartości  $\alpha$  z przedziału 0.1-0.01 dają dobrą zgodność z doświadczeniem. Tą drogą uzyskujemy pogląd jaki powinien być poziom współczynnika oddziaływania  $L$ .

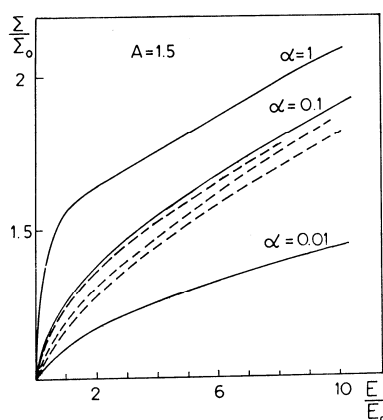


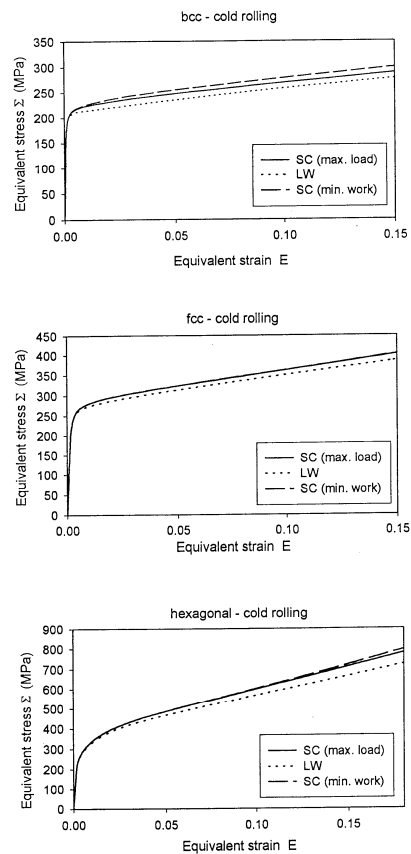
Fig. 7.13 Przewidziane krzywe rozciągania dla polikrystalicznej miedzi, dla różnych wartości współczynnika oddziaływania  $L=\alpha\mu$ ; anizotropia umocnienia wynosi  $A=1.5$ . Liniami przerywanymi zaznaczono krzywe doświadczalne (A. Hihi, 1982)

Na Rys. 7.14 zestawiono wyliczone krzywe umocnienia (makroskopowe naprężenie w funkcji makroskopowego odkształcenia), przewidziane przez trzy różne modele (w tym przez opisany powyżej – oznaczony jako LW), dla metali polikrystalicznych o strukturach:

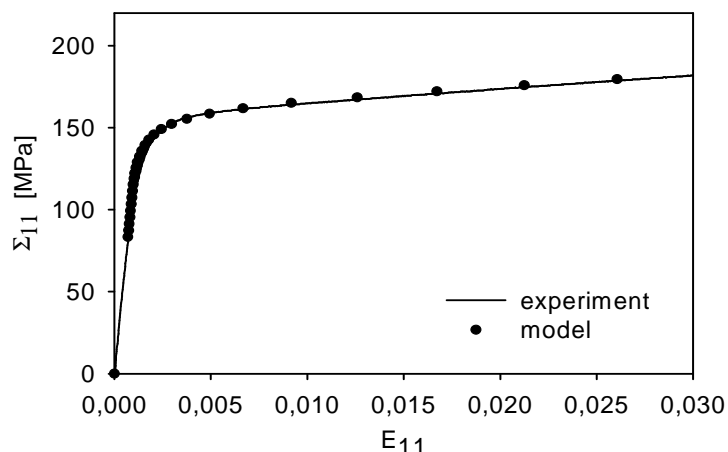
- regularnej przestrzennie centrowanej (bcc),
- regularnej płasko centrowanej (fcc),
- heksagonalnej zwartej.

Krzywe te, podobne w charakterze do krzywych rozciągania, charakteryzują własności mechaniczne tych metali. Przewidywania uzyskiwane przy użyciu tych trzech różnych modeli nie są bardzo różne, za to liczbowy poziom naprężeń jest różny dla rozważanych typów struktur metali.

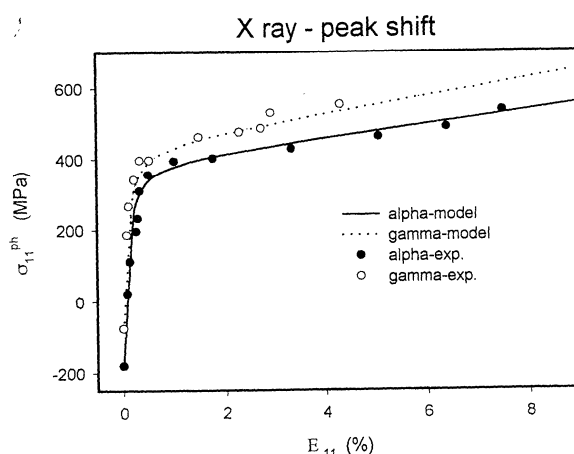
Na Rys. 7.15 i 7.16 pokazano doświadczalne i modelowe krzywe rozciągania dla materiału jedno i dwu-fazowego.



Rys. 7.14. Wyliczone makroskopowe krzywe umocnienia dla metali polikrystalicznych o strukturach: regularnej przestrzennie centrowanej (bcc), regularnej płasko centrowanej (fcc) i heksagonalnej zwartej. Użyto trzech różnych modeli odkształcenia (symbol LW oznacza model omówiony w tym rozdziale).



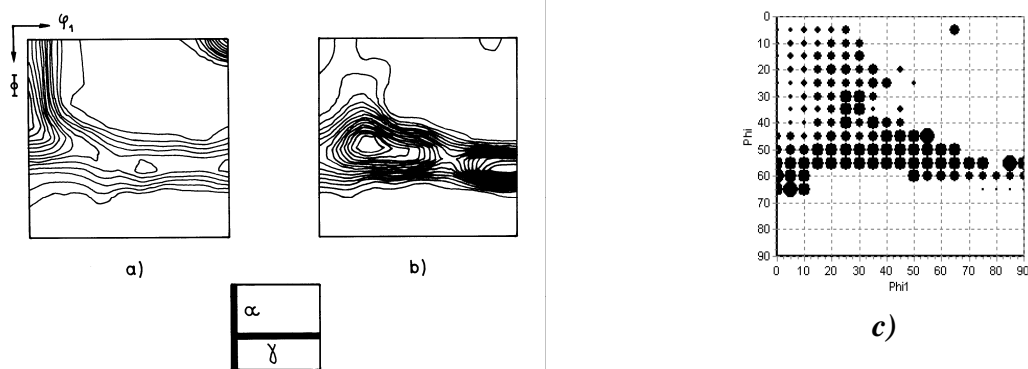
Rys. 7.15. Krzywa rozciągania dla polikrystalicznej miedzi (doświadczalna i wyniki uzyskane z modelu)



Rys. 7.16. Porównanie wyliczonych z modelu i zmierzonych krzywych rozciągania dla każdej z faz stali dwufazowej (fazy  $\alpha$  i  $\gamma$ ). Naprężenia w każdej z tych faz wyznaczono metodą dyfrakcyjną (polegającą na pomiarze przesunięcia piku).

Na koniec warto wspomnieć o bardzo interesującym wyniku dotyczącym przewidywania zgromadzonej energii (jako gęstości dyslokacji) w funkcji orientacji. Na Rys. 7.17c pokazano wielkość zgromadzonej energii w funkcji  $\varphi_1$  i  $\varphi$  (przy  $\varphi_2=45^\circ$ ) dla walcowanej stali ferrytycznej. Ponieważ energia ta jest siłą napędową procesu rekrytalizacji, więc jej rozkład tłumaczy zmianę tekstury stali podczas tego procesu (Rys. 7.17 a i b). Charakterystyczną cechą tej zmiany tekstury jest wzmocnienie poziomego „włókna”  $\gamma$  kosztem pionowego „włókna”  $\alpha$ .





Rys. 7.17. Zmiana tekstury stali podczas rekrytalizacji i jej związek z energią zgromadzoną: a) tekstura po walcowaniu, b) tekstura po rekrytalizacji, c) wyliczony rozkład energii zgromadzonej. Przedstawiono przekrój dla  $\varphi_2=45^\circ$ .

#### 7.4. Podsumowanie

Przedstawiony model odkształcenia jest bardzo użytecznym narzędziem w badaniu własności mechanicznych materiałów polikrystalicznych. Umożliwiają one przewidywanie charakterystyk makroskopowych materiału (np. tekstura, krzywe rozciągania) na podstawie jego cech mikrostrukturalnych (np. krystalografia systemów poślizgu, prawo umocnienia, oddziaływania dyslokacji).

Modele tego typu są niezbędnymi narzędziami w pracy technologów poszukujących optymalnych własności produkowanego materiału.

#### LITERATURA:

BERVEILLER, M., ZAOUI, A., *An Extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystals*, J. Mech. Phys. Solids, **26**, 325 (1979)

FRANCIOSI, P., BERVEILLER, M., ZAOUI, A., *Latent Hardening in Copper and Aluminium Single Crystals*, Acta Met., **28**, 273 (1980)

HIHI, A., Thèse d'État, Université Paris 13 (1982)

KRÖNER, E., *Zur plastischen Verformung des Vielkristalls*, Acta Met., **9**, 155 (1961)

LIN, T.H., J. Mech. Phys. Solids, **5**, 143 (1957)

LIPINSKI, P., BERVEILLER, M., *Elastoplasticity of micro-inhomogeneous metals at large strains*, Int. J. of Plasticity, **5**, 149 (1989)

MOLINARI, A., CANOVA, G.R., AHZI, S., *A Self Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity*, Acta Met., **35**, 2983 (1987)

TAYLOR, G.I., *Plastic Strain of Metals*, J. Inst. Met., **62**, 307 (1938)

WIERZBANOWSKI, K., *Some Result of a Theoretical Study of Plastic Deformation and Texture Formation in Polycrystals*, Zesz. Nauk. Akademii Górniczo-Hutniczej, Nr 1132, Fizyka, zeszyt 12, Kraków (1987)

WIERZBANOWSKI, K. et al., *FCC Rolling Texture Transitions in Relation to Constraint Relaxation*, Crystal Research and Technology, **27**, 513- 522 (1992)

WIERZBANOWSKI, K., et al., *Deformation Characteristics Important for Nucleation Process. Case of Low-Carbon Steels*, Archives of Metallurgy, **44**, 183- 201 (1999)