

# GRAF KRAWĘDZIOWY JAKO MODEL SIECI SPOŁECZNEJ

Krzysztof Kułakowski #

Małgorzata Krawczyk #

Anna Mańka-Krasoń #

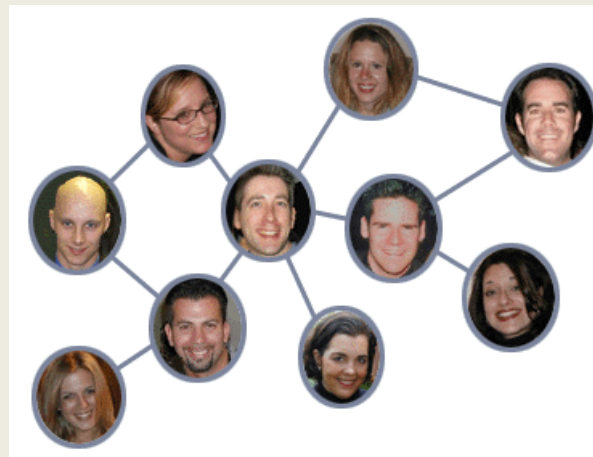
Lev Muchnik @

#AGH, @Bar Ilan University



**XIV Ogólnopolski Zjazd Socjologiczny, Kraków, 8-11.09.2010**

*przyjmuje  
się*



*a mogłoby też być*

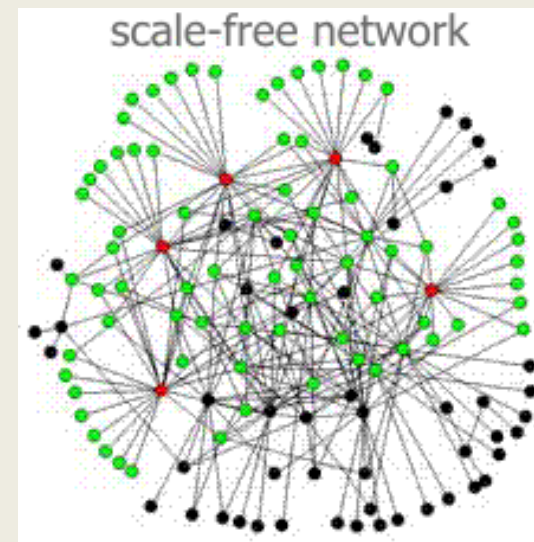


## *fragment abstraktu*

Zbadane ostatnio własności grafów krawędziowych wskazują, że są one (...) dobrymi modelami sieci społecznych. W sieci społecznej, z której konstruowany jest graf krawędziowy, ludzie mogą więc być reprezentowani przez wiązania, a rodziny, grupy przyjaciół i małe firmy – przez wierzchołki. Takie wierzchołki będą połączone wiązaniem, jeśli ktoś jest członkiem obu reprezentowanych przez te wierzchołki grup.

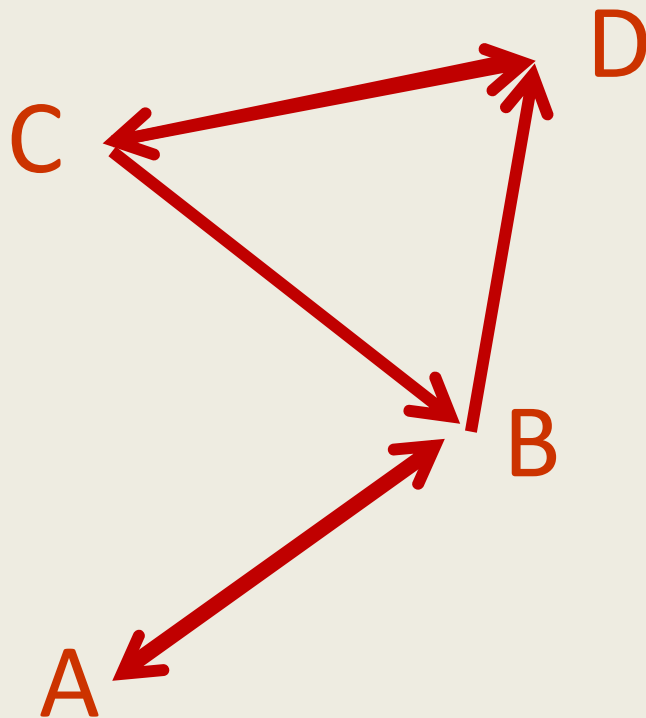
plan

- narzędzia opisu i sieci bezskalowe
- graf krawędziowy
- dane z LiveJournal



R. Albert et al., Nature 406, 378-382 (27 July 2000)

# Macierz połączeń\* $S_{ik}$

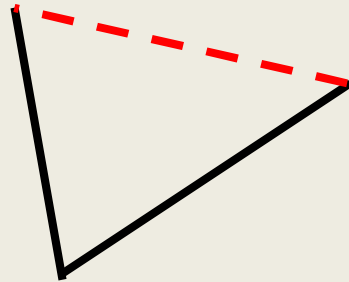


0	1	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	0

\* **Sociomatrix** [S. Wassermann, K. Faust, *Social Network Analysis*, Cambridge UP 1994]

# Współczynnik gronowania $C$

Niech wierzchołek  $i$  o stopniu  $k_i$  ma  $L_i$  wiązań między swoimi sąsiadami.

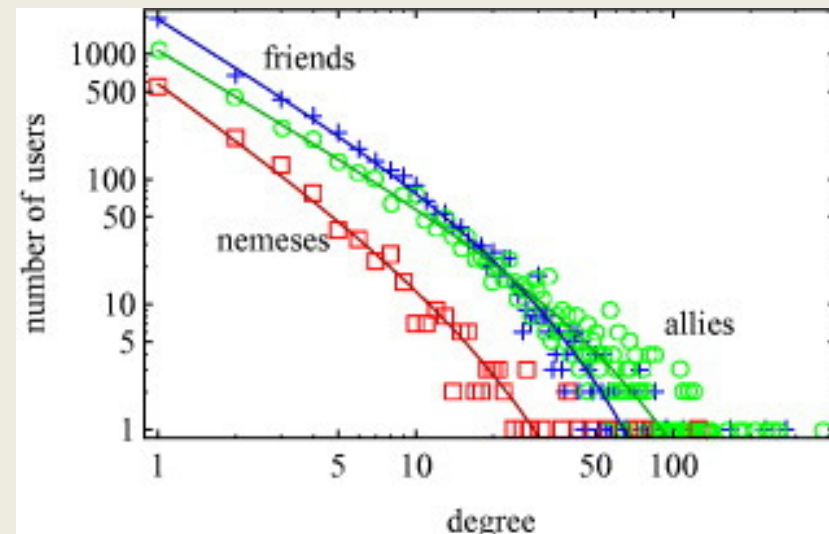


$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$

## Rozkład stopnia wierzchołka $P(k)$

Dla grafów bezskalowych

$$P(k) \propto k^{-\gamma}$$



SIEĆ	N	#	d	C	$\gamma$
<b>aktorzy</b>	<b><math>45 \times 10^4</math></b>	<b><math>25 \times 10^6</math></b>	<b>3.48</b>	<b>0.78</b>	<b>2.3</b>
www Altavista	$2 \times 10^9$	$2 \times 10^{10}$	16.18	-	2.1/2.7
Współautorzy - mat	$25 \times 10^4$	$50 \times 10^4$	7.57	0.34	-
Współautorzy - fiz	$5 \times 10^4$	$25 \times 10^4$	6.19	0.56	-
Rozmowy telefoniczne	$47 \times 10^6$	$8 \times 10^7$	-	-	2.1
Łańcuchy pokarmowe w wodzie	92	997	1.9	0.087	-
Oddziaływania białek	2115	2240	6.8	0.071	2.4
Kontakty seksualne	2810	-	-	-	3.2
Słowa w zdaniach	$46 \times 10^4$	$17 \times 10^6$	-	0.44	2.7

M E J Newman, SIAM Review 45, 167 (2003); [arxiv.org/abs/cond-mat/0303516](http://arxiv.org/abs/cond-mat/0303516)

# Asortatywność stopnia

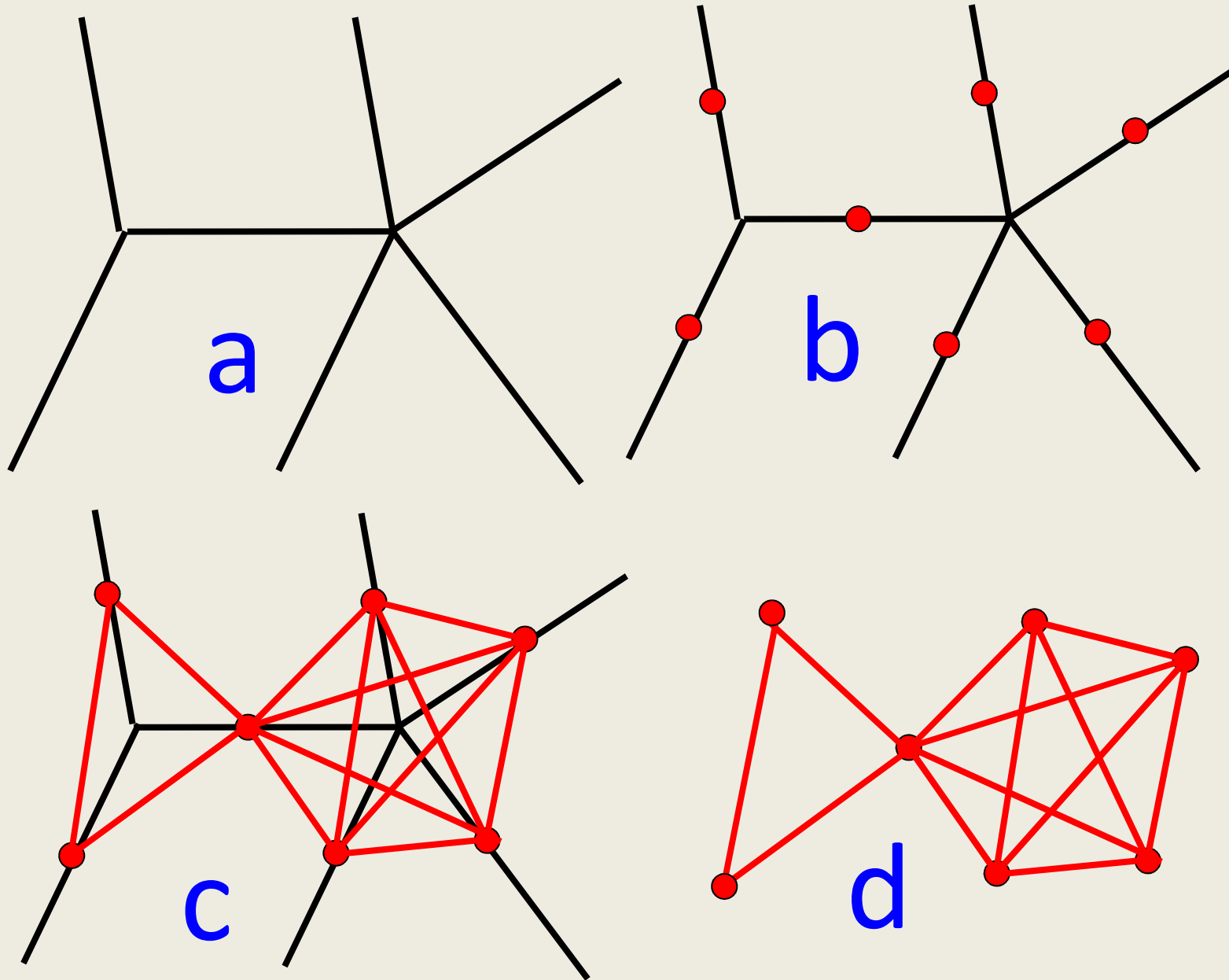
$$r = \frac{\sum_{jk} jk(e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma_q^2} \quad \text{gdzie} \quad q_k = \frac{(k+1)p_{k+1}}{\langle k \rangle}$$

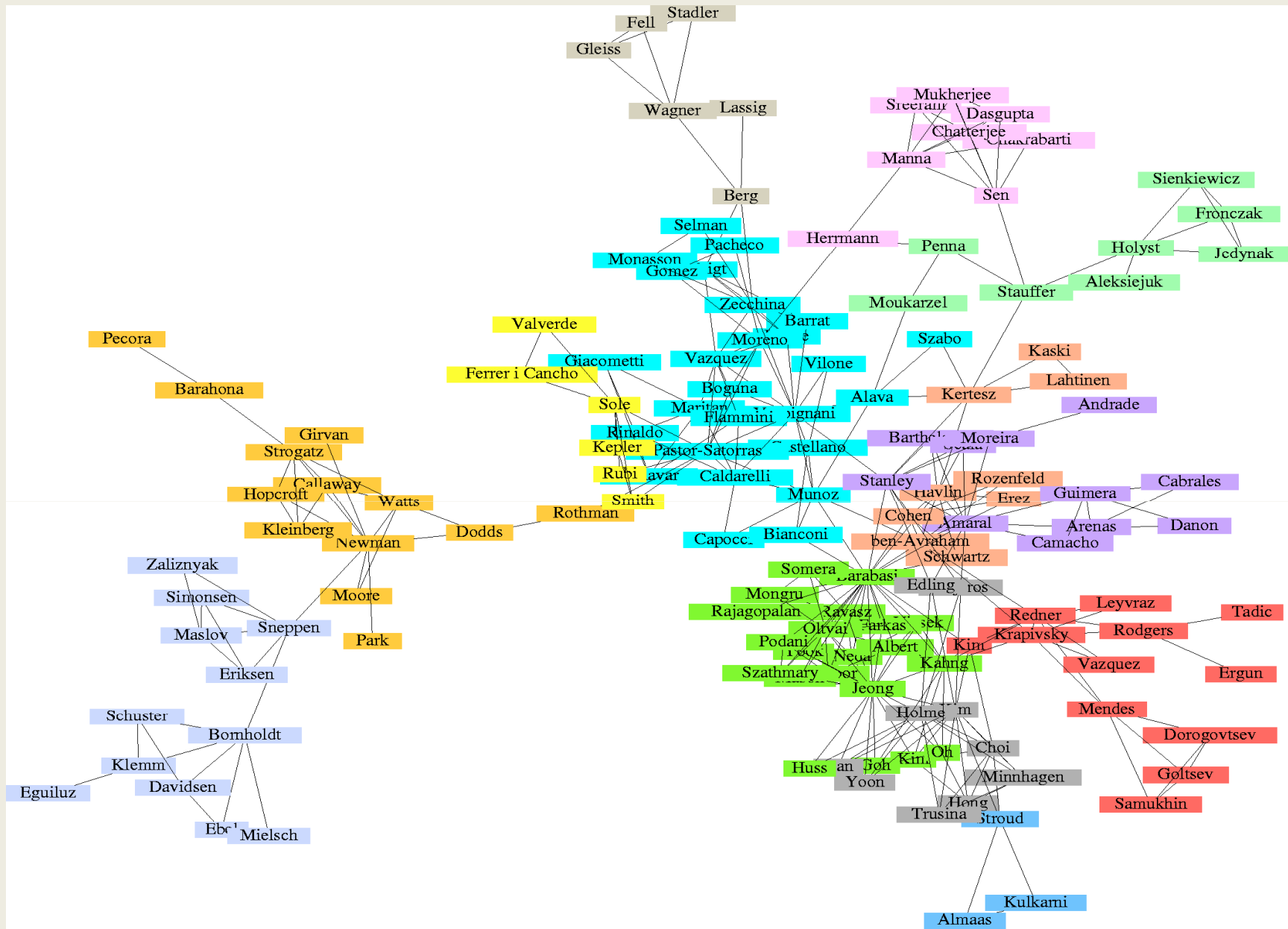
$e_{jk}$  – ułamek wiązań między węzłami o stopniu  $j, k$

	network	type	size $n$	assortativity $r$	error $\sigma_r$
social	physics coauthorship	undirected	52 909	0.363	0.002
	biology coauthorship	undirected	1 520 251	0.127	0.0004
	mathematics coauthorship	undirected	253 339	0.120	0.002
	film actor collaborations	undirected	449 913	0.208	0.0002
	company directors	undirected	7 673	0.276	0.004
	student relationships	undirected	573	-0.029	0.037
	email address books	directed	16 881	0.092	0.004
technological	power grid	undirected	4 941	-0.003	0.013
	Internet	undirected	10 697	-0.189	0.002
	World-Wide Web	directed	269 504	-0.067	0.0002
	software dependencies	directed	3 162	-0.016	0.020
biological	protein interactions	undirected	2 115	-0.156	0.010
	metabolic network	undirected	765	-0.240	0.007
	neural network	directed	307	-0.226	0.016
	marine food web	directed	134	-0.263	0.037
	freshwater food web	directed	92	-0.326	0.031



# Graf krawędziowy - konstrukcja

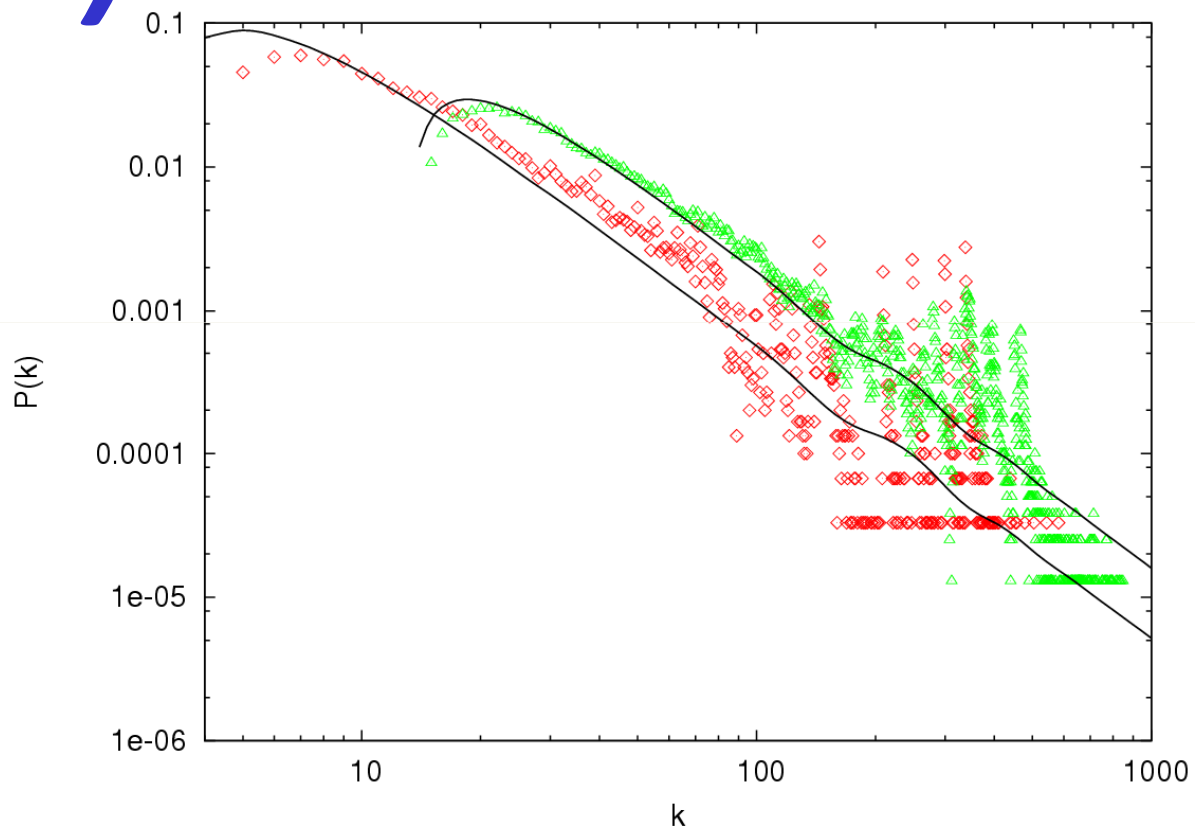




M. E. J. Newman and Juyong Park, PRE 68, 036122 (2003)

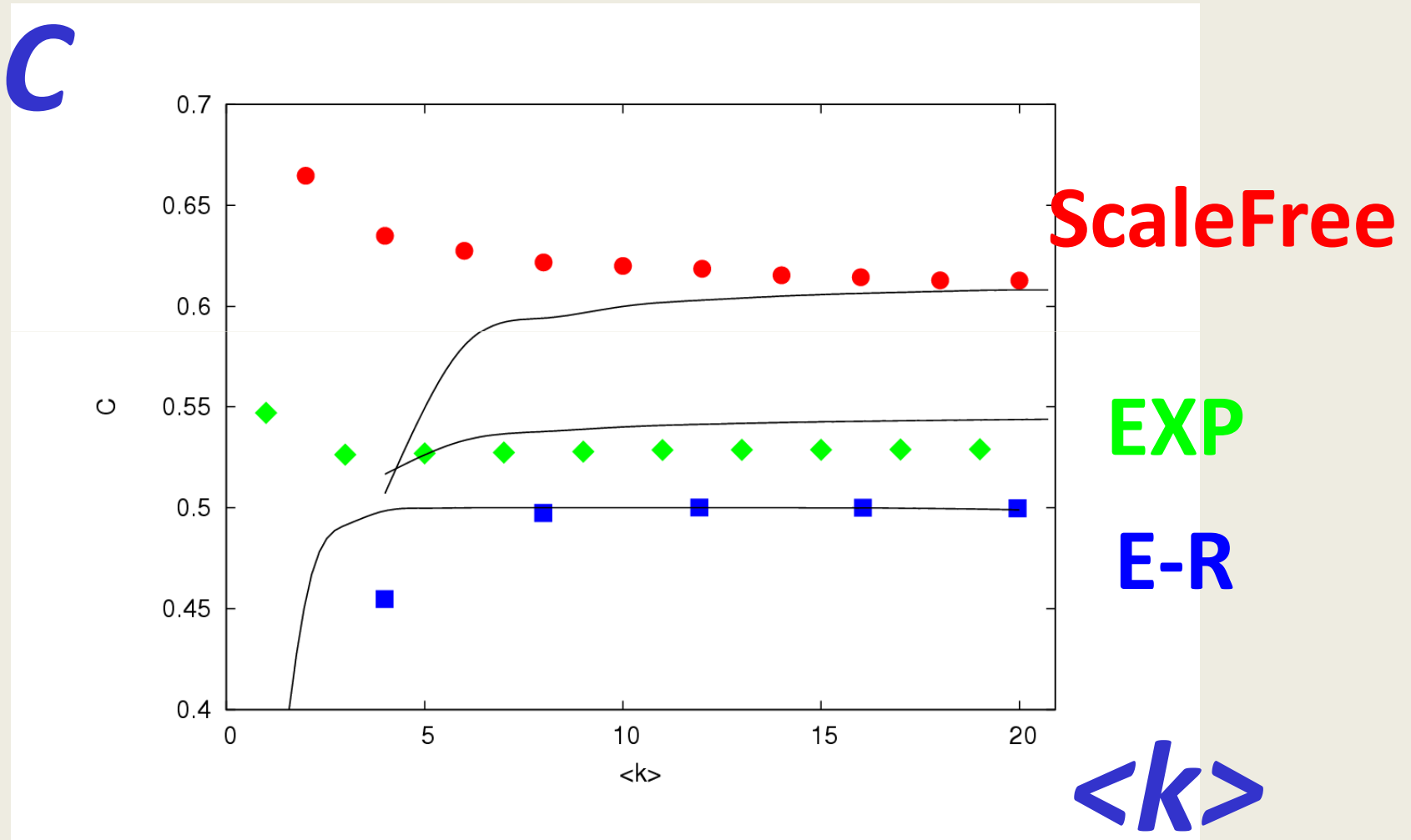
# Rozkład stopnia wierzchołka dla grafu krawędziowego na sieci bezskalowej

$P_t(k)$

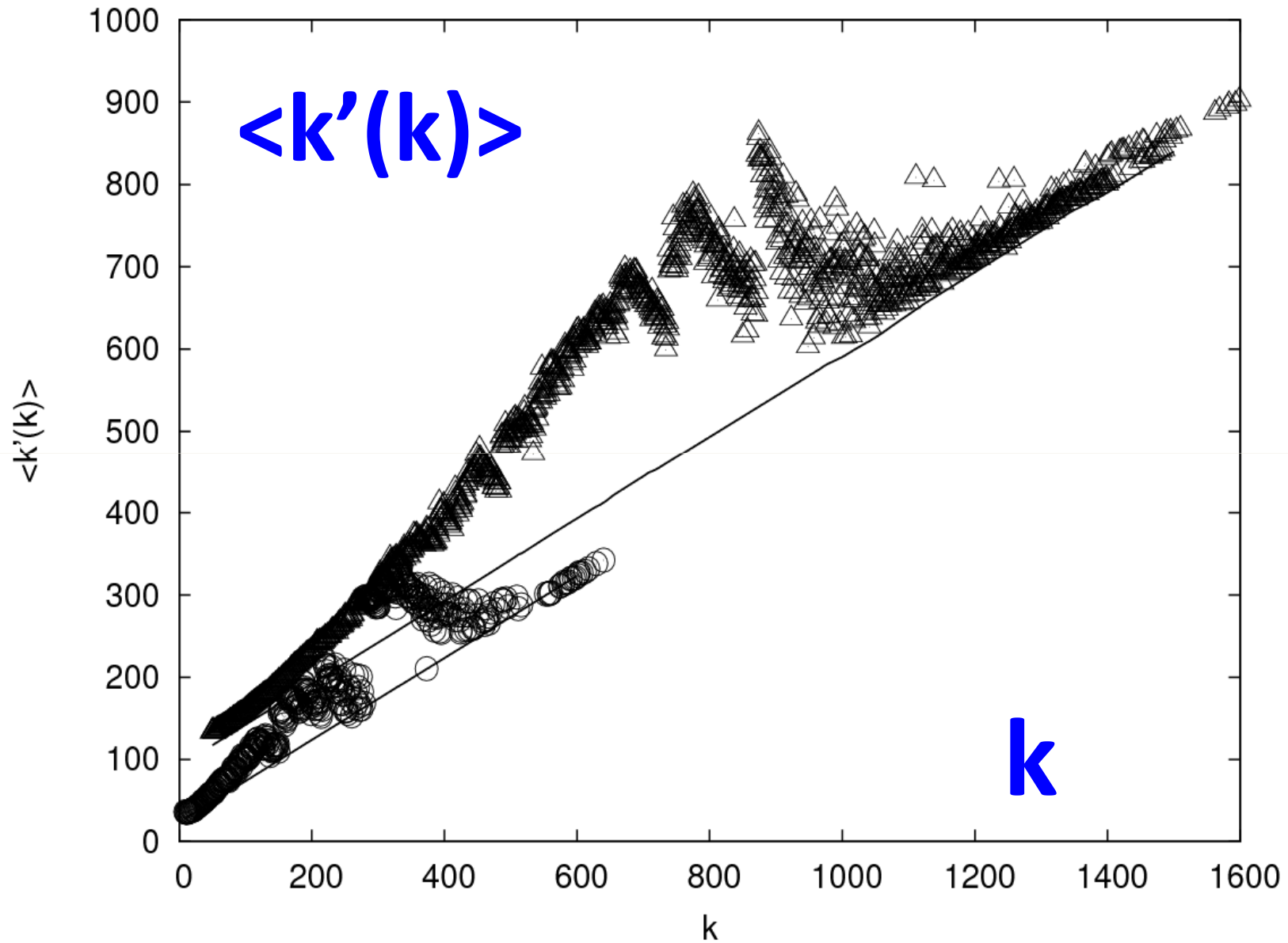


$\langle k \rangle = 6, 16$

# Współczynnik gronowania w grafach krawędziowych



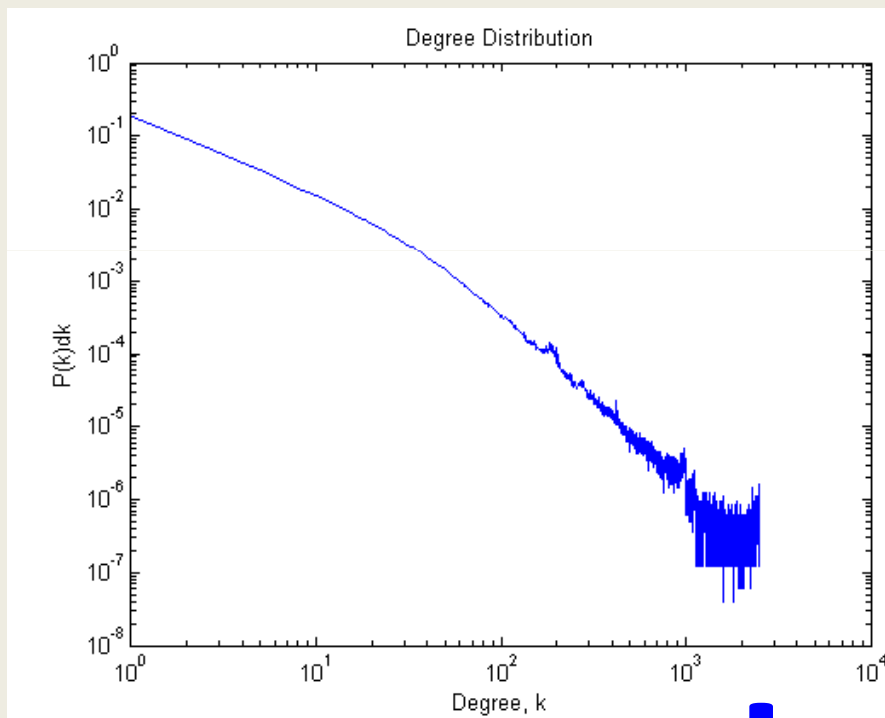
# Asortatywność grafu krawędziowego na sieci bezskalowej



# LiveJournal:

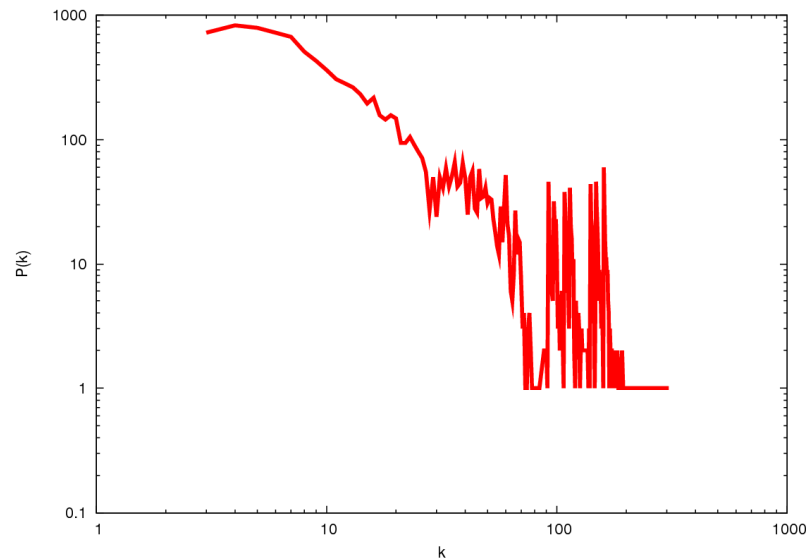
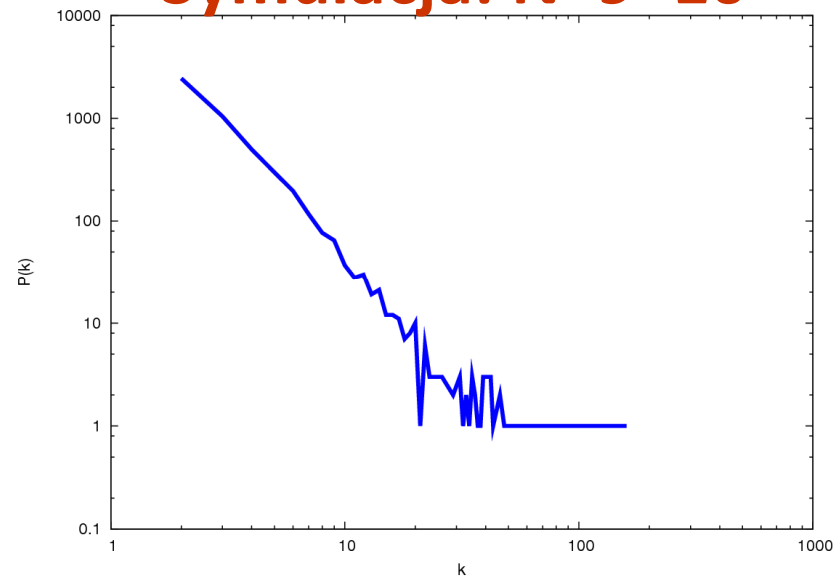
$N=8.1 \cdot 10^6$ ;  $\# = 125 \cdot 10^6$

## $P(k)$



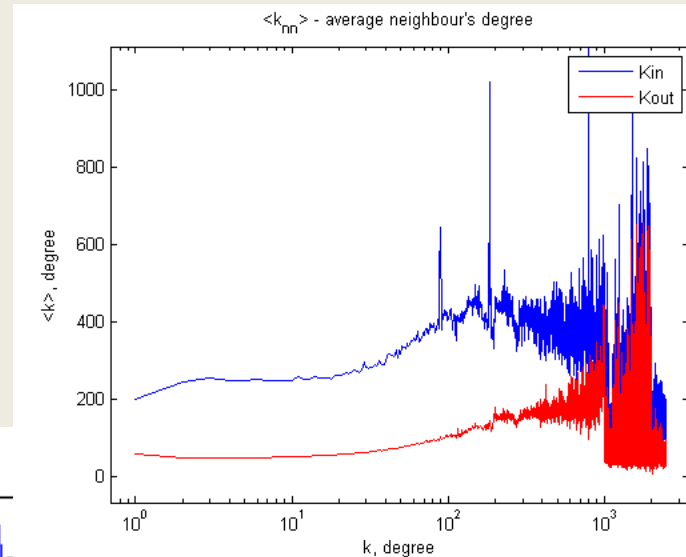
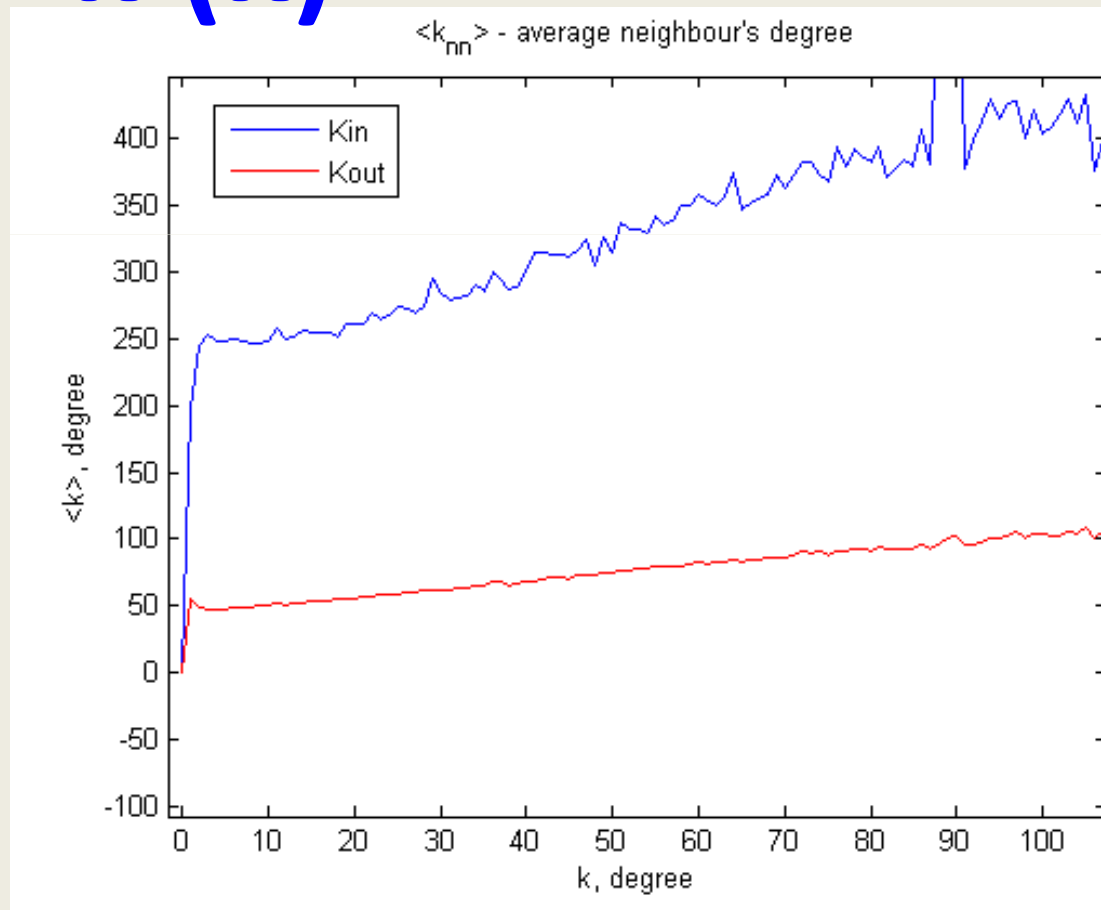
# k

## Symulacja: $N=9 \cdot 10^3$

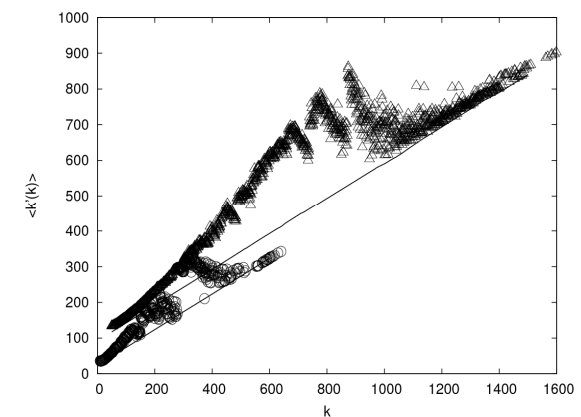


# LiveJournal: asortatywność

$\langle k'(k) \rangle$



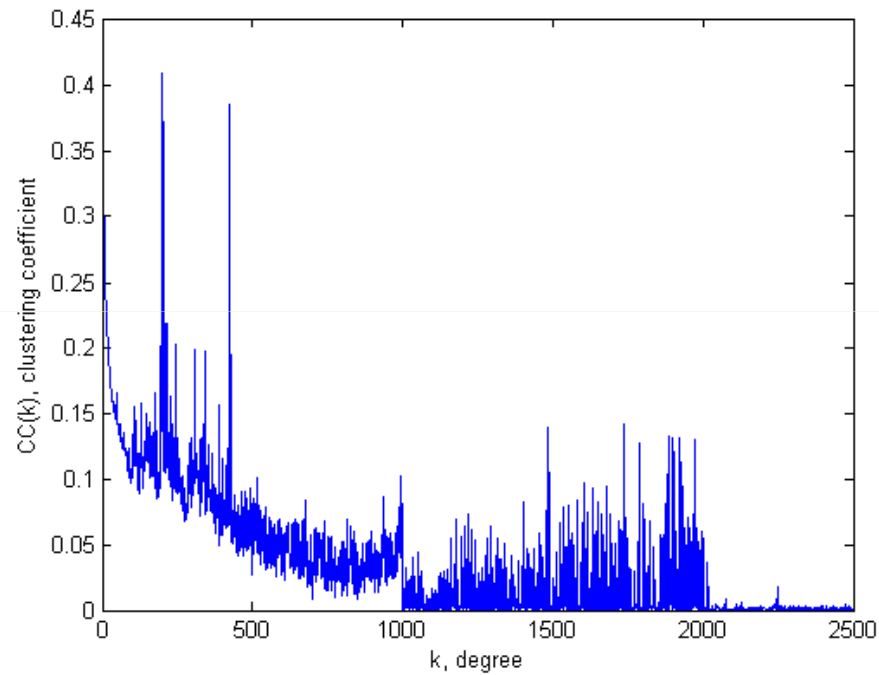
## Symulacja



**k**

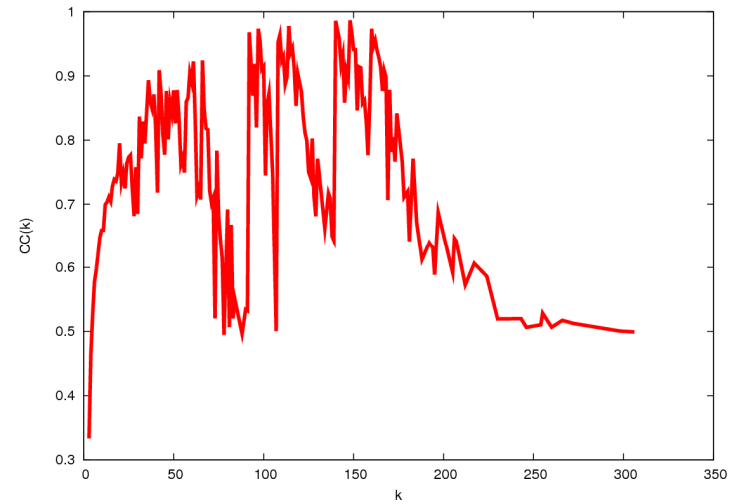
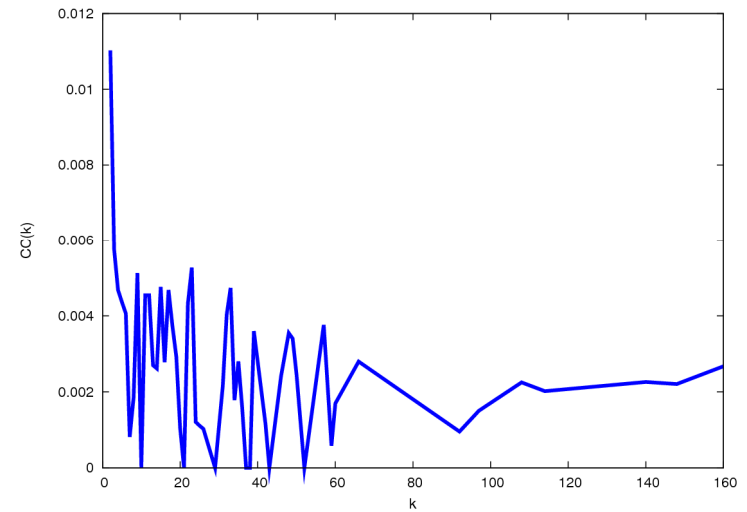
# LiveJournal

## C(k)



## k

# Symulacja





## *podsumowanie*

**Grafy krawędziowe mają rozkład stopnia wierzchołka  $P(k)$  zbliżony do rozkładu sieci wyjściowej. Mają wysoki współczynnik gronowania  $C$  i są asortatywne. Współczynnik  $C(k)$  wykazuje obecność klik.**

**Niektóre sieci społeczne też są takie. Przykładem jest LiveJournal, gdzie rozkład  $P(k)$  jest bezskalowy.**

**DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ**