Ćwiczenie 121

Termometr oporowy i termopara

Cel ćwiczenia

Wyznaczenie współczynnika temperaturowego oporu platyny. Pomiar charakterystyki termopary miedź–konstantan.

Wprowadzenie

Każda mierzalna wielkość fizyczna, która zmienia się wraz ze zmianami temperatury, może zostać wykorzystana do budowy termometru. W przypadku termometru cieczowego jest objętość cieczy, rosnąca ze wzrostem temperatury. W ćwiczeniu badamy dwa zjawiska umożliwiające pomiar temperatury metodami elektrycznymi.

Zależność oporności elektrycznej metalu od temperatury

Własności elektryczne metali określa prawo Ohma [1], stwierdzające, że stosunek napięcia przyłożonego do badanego przewodnika i odwrotnie proporcjonalne płynącego przezeń prądu, $U/I = R$, jest wielkością stałą R nazywaną oporem lub rezystancją. Opór elektryczny metalowego drutu określa wzór

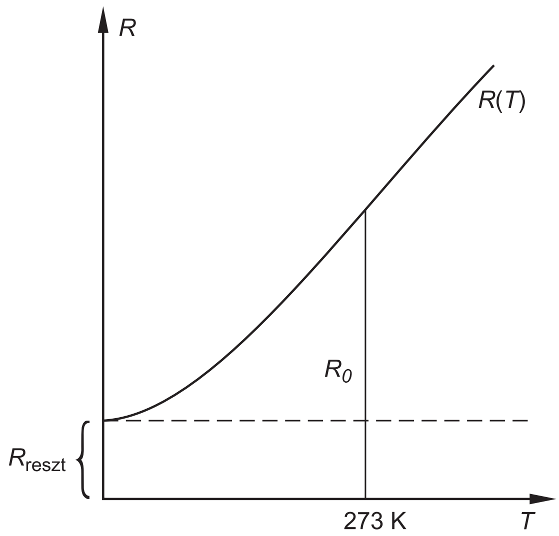
$$R = \rho \frac{l}{S}, \tag{1}$$

gdzie l jest jego długością, S – polem przekroju poprzecznego, zaś ρ jest stałą materiałową, określoną jako *opór właściwy*. Wartości oporu właściwego wybranych metali i stopów w temperaturze pokojowej (20° C) podaje tebela 1.

Tabela 1. Wartości oporu właściwego ρ i temperaturowego współczynnika oporu α dla wybranych metali i stopów. Dane z ref. [2].

Materiał	Skład chemiczny	ρ [$\mu\Omega$cm]	α [10^{-4}/K]
srebro	Ag	1,62	41
miedź	Cu	1,71	39
aluminium	Al.	2,71	39
żelazo	Fe	9,7	45
nikiel	Ni	7,1	44
platyna	Pt	10,6	38
konstantan	$Cu_{0,55}Ni_{0,45}$	52	0,1
kanthal	$Fe_{0,68}Cr_{0,24}Al_{0,155}Co_{0,025}$	≈150	0,6

Opór właściwy metali, a w konsekwencji i opór R, jest rosnącą funkcją temperatury (rys. 1).



Rys. 1. Typowa zależność oporu metalu od temperatury

Wyjaśnienie natury zjawiska oporu elektrycznego metalu i jego zależności od temperatury daje fizyka ciała stałego [3]. Nośnikami prądu elektrycznego w metalu są jego elektrony swobodne, opisane prawami mechaniki kwantowej. Wynika z nich, że, wbrew intuicji klasycznej, w doskonale periodycznym krysztale metalu elektron porusza się bez zakłóceń. W konsekwencji opór doskonałego kryształu w temperaturze zera bezwzględnego, powinien zmaleć do zera[1].

Liczne pomiary zależności oporu metali i stopów metalicznych od temperatury można uogólnić do empirycznego prawa stwierdzającego, że opór właściwy $\rho(T)$ jest sumą dwóch składników,

$$\rho(T) = \rho_i(T) + \rho_{reszt}, \tag{2}$$

nazwanych oporem idealnym oraz oporem resztkowym. Nazwa *resztkowy* podkreśla fakt, że ta część oporu jest niezależna od temperatury i stanowi „resztkę" oporu, jaka pozostaje w temperaturach bliskich zera bezwzględnego (rys. 1). Opór resztkowy jest w przybliżeniu niezależny od temperatury. Dodaje się do niego, zależny od temperatury, opór idealny $\rho_i(T)$.

Głównym źródłem *oporności idealanej* jest rozpraszanie elektronów na drganiach termicznych sieci krystalicznej. W języku mechaniki kwantowej mówimy o zderzeniach elektronów z fononami, czyli kwantami drgań sieci krystalicznej. W wysokich temperaturach energia drgań sieci, a więc i liczba fononów jest proporcjonalna do temperatury bezwzględnej T. Prawdopodobieństwo zderzenia elektronu z fononem, a w konsekwencji wartość $\rho_i(T)$ jest w pierwszym przybliżeniu liniową funkcją temperatury. Dlatego wartości temperaturowego współczynnika oporu różnych metali czystych (tab. 1) niezbyt się od siebie różnią i są bliskie $1/273 = 37 \cdot 10^{-4}$ 1/K.

[1] Faktu tego nie należy mylić ze zjawiskiem nadprzewodnictwa, które polega na tym, że w wielu metalach opór raptownie znika poniżej określonej temperatury rzędu kilku kelwinów, również w przypadku obecności w metalu dużej liczby obcych atomów i innych niedoskonałości struktury.

Opór resztkowy pochodzi od rozpraszania elektronów na niedoskonałościach, które zaburzają periodyczność struktury kryształu, takich jak atomy domieszek i defekty struktury kryształu. W czystych pierwiastkach metalicznych oporność resztkowa jest mała. Natomiast w stopach osiąga duże wartości, gdyż losowe rozmieszczenie różnych atomów w węzłach sieci czyni ją siecią nieperiodyczną. Dlatego oporność stopów jest dużo większa od oporności metali czystych i słabo zależy od temperatury. Wymieniony w tab. 1 *konstantan* (stop Cu i Ni) nazwę swą zawdzięcza stałości oporu przy zmianach temperatury (b. mała wartość współczynnika α). Dlatego wykonuje się z niego oporniki wzorcowe, stałe i dekadowe. Jest również wykorzystywany do budowy termopar. Natomiast *kanthal* jest powszechnie używany na uzwojenia grzejne (żelazka, suszarki, piece elektryczne, etc.), gdyż jest produkowany z niedrogich składników, a wytrzymuje temperatury do 1300°C.

Jednoznaczna zależność $R(T)$ może być wykorzystana do budowy termometru. Problemem jest brak analitycznego wzoru, który mógłby opisać funkcję $R(T)$ w pełnym zakresie temperatur. W małym zakresie temperatur, np. 0 ÷ 100°C, zależność $R(T)$ jest w przybliżeniu liniowa. Zależność liniową można opisać [1] wzorem

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t), \tag{3}$$

gdzie t oznacza temperaturę w °C, natomiast R_0 jest wartością oporu w temperaturze 0°C. Współczynnik α nazywamy *temperaturowym współczynnikiem oporu*, jego wartość zależy od rodzaju metalu (tab. 1).

W celu wyznaczenia współczynnika α do uzyskanych danych $R(t)$ dopasowujemy prostą

$$y = ax + b\ . \tag{4}$$

przy wykorzystaniu metody najmniejszych kwadratów. Porównanie równań (3) oraz (4) pokazuje, że wartość temperaturowego współczynnika oporu wynosi

$$\alpha = \frac{a}{b}\ . \tag{5}$$

Gdy zakres temperatur jest szerszy, względnie, gdy pomiar jest bardzo dokładny, przybliżenie (3) jest niewystarczające, i wtedy stosować można rozwinięcie funkcji $R(t)$ w szereg potęgowy

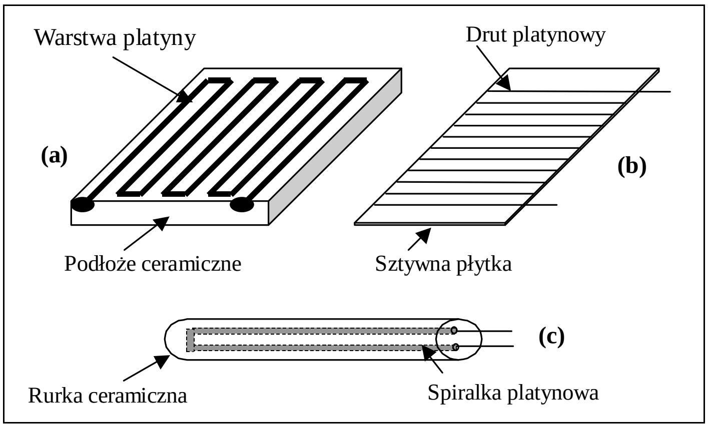
$$R(t) = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + ...)\ . \tag{6}$$

którego współczynniki uzyskujemy z dopasowania wielomianu do posiadanych danych.

Do budowy termometru oporowego wykorzystać można różne metale i stopy. Szczególne znaczenie mają termometry platynowe, które umożliwiają pomiar temperatury w zakresie od kilkudziesięciu K do około 900 K. Dzięki chemicznej obojętności platyny wskazania termometru cechuje wyjątkowa dokładność i stabilność w czasie[2]. Ilość platyny potrzebnej do wykonania sondy (rys. 2) jest niewielka, zatem jej cena nie jest wysoka. Wadą termometrów Pt są stosunkowo duże rozmiary sondy oraz wpływ oporności doprowadzeń.

---

[2] Przykładowo, termometr platynowy używany jest w ćwiczeniu 113 „Kriogenika”. Pomimo szoków termicznych (przy zalewaniu ciekłym azotem temperatura sondy Pt gwałtownie spada od pokojowej do 77 K) i obecnośći wilgoci, od 20 lat nie zaszła potrzeba jego wymiany.

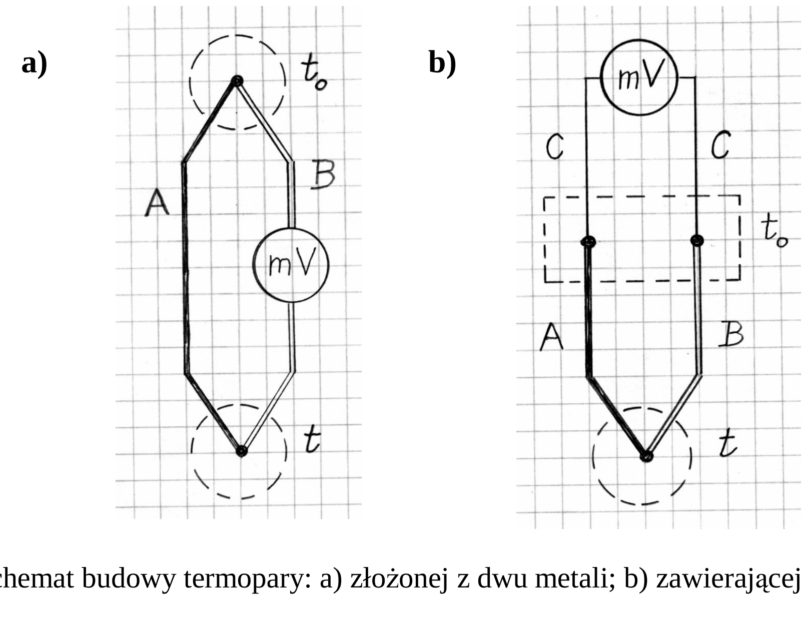


Rys. 2. Różne sposoby realizacji sondy termometru platynowego: a) Pt naparowana na ceramiczne podłoże, b) drut Pt nawinięty na płytkę, c) drut Pt zatopiony w rurce ceramicznej .

Napięcie termoelektryczne

Utwórzmy obwód elektryczny z dwóch różnych metali A i B (rys. 3a). Jeżeli cały obwód znajduje się w jednakowej temperaturze, miliwoltomierz nie pokaże żadnego napięcia. Przepływ prądu byłby pogwałceniem II zasady termodynamiki, zabraniającej uzyskania pracy użytecznej (w postaci pracy prądu elektrycznego) ze źródła ciepła o jednej temperaturze.

Jeżeli jednak temperatury złącz t oraz t_0 będą różne, miliwoltomierz wykaże obecność niewielkiego napięcia. Doświadczenie wykazuje, że powstałe *napięcie termoelektryczne* zależy wyłącznie od wartości temperatur na złączach oraz rodzaju metali tworzących złącze.



Rys. 3. Schemat budowy termopary: a) złożonej z dwu metali; b) zawierającej trzy metale

Zjawisko powstawania napięcia termoelektrycznego zostało wykorzystane do pomiaru temperatury za pomocą tzw. termopar. Najprostszą termoparę stanowią dwa metale A i B zespawane w złączu pomiarowym o temperaturze t o złączu odniesienia o temperaturze t_0.

W praktyce, termopara wykonana z dwu metali wymaga, by metalem B była miedź tworząca jednocześnie przewody do miernika napięcia.

Najczęściej, termopara wykonana jest z trzech metali (rys. 2b). Dwa z nich to metale A i B tworzące właściwą termoparę, zespawane w złączu pomiarowym o temperaturze *t*. Końce termopary połączone są z przewodami wykonanymi z metalu C (zwykle miedź), doprowadzającymi napięcie termoelektryczne do miliwoltomierza. Złącza odniesienia AC oraz BC należy utrzymywać w tej samej stałej temperaturze t_o, na przykład 0°C. Napięcie termoelektryczne jest wtedy takie samo jak w przypadku złącza dwóch metali (rys. 2a).

Tabela 2 informuje o własnościach najczęściej stosowanych termopar. Termopary miedź-konstantan oraz żelazo-konstantan wyróżnia najwyższa wartość napięcia termoelektrycznego. Termopary platyna-stop platyny z rodem można stosować w wysokich temperaturach.

Tab. 2. Własności najczęściej stosowanych termopar, wg. [4].

Oznaczenie	Typ	Maksymalna temp. [°C]	$U(t)$ [mV] dla t = 100
J	żelazo/konstantan ($Ni_{45}Cu_{55}$)	750	5.269
T	miedź/konstantan	400	4,279
K	chromel ($Ni_{90}Cr_{10}$)/alumel ($Ni_{95}Al_2Mn_2$)	1350	2,774
S	platyna/platynorod ($Pt_{90}Rh_{10}$)	1700	0,646

Charakterystyką termopary $U(t)$ nazywamy zależność napięcia termoelektrycznego U od temperatury złącza pomiarowego w sytuacji, gdy złącze odniesienia utrzymujemy w 0°C. Charakterystykę termopary podaje się w formie tabeli, wykresu, albo rozwinięcia w szereg potęgowy

$$U(t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots, \tag{7}$$

W rozwinięciu (7) nie ma wyrazu wolnego, gdyż, gdy obydwa złącza utrzymywane są w temperaturze 0°C, napięcie termoelektryczne jest równe zeru. Charakterystyka termopary $U(t)$ jest bardziej nieliniowa niż funkcja $R(t)$ termometru Pt i potrzebne jest dopasowanie wielomianem stopnia co najmniej drugiego. Współczynnik a_1 rozwinięcia nosi nazwę współczynnika Seebecka[3] i jest miarą czułości termopary.

Zastosowanie termopar pozwala na wykonywanie pomiarów temperatury w szerokim zakresie sięgającym od 4 K do 2000 K. Złącze pomiarowe termopary może być wykonane z cienkich drucików, posiada wtedy znikomą pojemność cieplną i krótki czas reakcji na zmianę temperatury. Wygodnym sposobem pomiaru niewielkich napięć termoelektrycznych (rzędu kilku mV) jest zastosowanie woltomierza cyfrowego. Wadą termopary (w porównaniu z termometrem oporowym) jest konieczność utrzymywania złącz odniesienia w stałej temperaturze i nieco mniejsza dokładność.

Wykonanie ćwiczenia polega na pomiarze rezystancji opornika Pt (przy pomocy omomierza) oraz napięcia termopary (miliwoltomierzem) przy zmianie temperatury od pokojowej (20°C) to temperatury bliskiej temperaturze wrzenia wody (ok. 95°C).

[3] Nazwane na cześć Th. J. Seebecka, który odkrył zjawisko termoelektryczne w r. 1821. Seebeck nie dysponował żadnymi miernikami. W jego eksperymentach prąd powstający pod wpływem napięcia $U(t)$ w zamkniętym obwodzie powodował, poprzez wytworzone pole magnetyczne, odchylenie igły kompasu.

Szczegóły wykonania eksperymentu i interpretacji uzyskanych danych $R(t)$ oraz $U(t)$ opisuje instrukcja wykonawcza. Natomiast poniżej przedstawione są uwagi ogólne dotyczące dopasowania przy użyciu wielomianu.

Dopasowanie wielomianu do danych przedstawiających funkcję wolnozmienną. Dobór optymalnego stopnia wielomianu.

Współcześnie, dopasowania przy użyciu wielomianów

$$\begin{aligned} &y = ax + b \\ &y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \\ &y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \end{aligned} \tag{8}$$

wykonuje komputer realizujący stosowny algorytm metody najmniejszych kwadratów. Wynikiem obliczenia są współczynniki wielomianu $a_0, a_1, a_2, \ldots$ oraz ich niepewności $u(a_0), u(a_1), u(a_2), \ldots$

Do tych samych danych można dopasować wielomian różnych stopni. Powstaje pytanie: jaki jest optymalny stopień wielomianu?

Metoda graficzna polega na wykonaniu wykresu (współcześnie przy pomocy komputera) i subiektywnej ocenie, czy dopasowana krzywa „pasuje” do zbioru punktów doświadczalnych. Ocena zgodności krzywej i punktów eksperymentalnych jest ułatwiona, jeżeli wykonamy pomocniczy wykres reszt dopasowania $r_i = y_i - y(x_i)$, czyli różnic wartości eksperymentalnej i obliczonej. Wykresy reszt są obecnie generowane przez dobre programy do analizy danych. Jeżeli dysponujemy tylko tabelą reszt, należy przyjrzeć się *znakom* reszt $r_i = y_i - y(x_i)$. Dopasowanie jest dobre, jeżeli znaki + oraz – fluktuują w miarę przypadkowo, niezadawalające – jeżeli występują ciągi tych samych znaków.

Najprostszy *test statystyczny* polega na wykonywaniu kolejnych dopasowań wielomianami coraz wyższego stopnia n i analizie wartości a_n oraz niepewności $u(a_n)$ *w wyrazie najwyższego rzędu*. Optymalny stopień wielomianu jest taki, że:

(i) współczynnik a_n pozostaje jeszcze istotnie różny od zera, czyli jest większy (co do wartości bezwzględnej) od własnej niepewności rozszerzonej $U(a_n)$. Przyjmując wartość współczynnika rozszerzenia $k = 2$ oznacza to spełnienie nierówności

$$|a_n| > 2\,u(a_n)\,. \tag{9}$$

(ii) natomiast, dla wielomianów stopni wyższych niż w pkt. (i) zachodzi $|a_n| < 2\,u(a_n)$. Oznacza to, że ich stosowanie nie ma uzasadnienia.

Literatura

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy Fizyki cz. 3*, PWN 2005
2. W. Mizerski, W. Nowaczek, *Tablice fizyczno-astronomiczne*, Wydawnictwo Adamantan 1995
3. C. Kittel, *Wstęp do fizyki ciała stałego*, PWN 1999
4. A. J. Hebra, *The Physics of Metrology*, Springer 2010.
5. Opracowanie: M. Kamińska, *Temperatura empiryczna*, http://bobo.fuw.edu.pl/~rjb/Termodynamika/Termometr.rjb.html