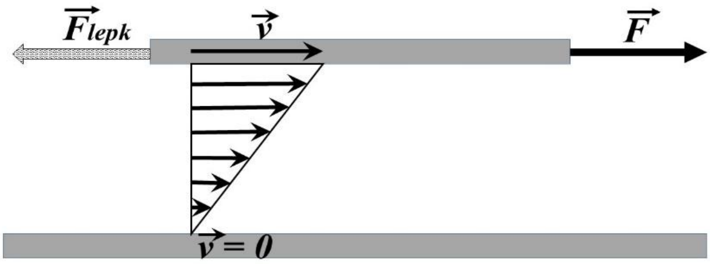
Badanie współczynników lepkości cieczy przy pomocy wiskozymetru rotacyjnego Rheotest 2.1

Joanna Janik-Kokoszka

Wprowadzenie

Najważniejszą cechą płynów, czyli cieczy i gazów jest zdolność do płynięcia. Przyłożenie do płynów naprężenia ścinającego powoduje, że zaczynają one płynąć. W dalszych rozważaniach skupimy się na właściwościach cieczy. Siły ścinające mogą występować w cieczach tylko wtedy, gdy ciecz się porusza. W sytuacjach statycznych jedynymi siłami działającymi w cieczach mogą być siły normalne. Zjawisko lepkości jest związane z występowaniem sił ścinających w poruszającej się cieczy. Lepkość określa opór wewnętrzny jaki występuje w płynącej cieczy. Ilościowo można opisać tę wielkość wprowadzając tzw. współczynnik lepkości. Załóżmy, że ciecz znajduje się pomiędzy dwiema równoległymi płytkami, odległymi od siebie o *d* (*Rys.1*).



Rys. 1. Pomiędzy płytką poruszającą się w cieczy z prędkością o wartości v, a odległą od niej o d, płytką nieruchomą powstaje gradient prędkości. Aby płytka mogła się poruszać ze stałą prędkością, zewnętrzna siła $\vec{F}$ *musi równoważyć siłę lepkości* $\vec{F}_{lepk}$.

Niech dolna płytka spoczywa, natomiast górna porusza się z prędkością o wartości *v*. Ciecz bezpośrednio stykająca się z powierzchnią stałą ma taką samą prędkość jak ciało stałe[1]. A więc ciecz przy górnej płytce będzie miała prędkość o wartości *v*, a przy dolnej o wartości zero. Wówczas pomiędzy płytkami powstaje gradient prędkości (różne warstwy cieczy mają różne wartości prędkości), równy w naszym przypadku v_0/d. Siła potrzebna do podtrzymania ruchu górnej płytki ze stałą prędkością (siła ta równoważy siłę lepkości), jest wprost proporcjonalna do pola powierzchni płytki, *S*, oraz do gradientu prędkości

$$F = \eta \cdot S \cdot \frac{v_0}{d} \qquad (1)$$

Siła działająca na płytkę jest styczna do powierzchni płytki, więc można zdefiniować tzw. naprężenie ścinające jako stosunek wartości tej siły do wartości powierzchni: $\sigma = F/S$. Równanie (1) przyjmuje wtedy postać:

[1] Dzięki tej własności wentylatory również się kurzą. Drobinki kurzu nie odrywają się od wentylatora, ponieważ powietrze tuż przy okładce ma taką samą prędkość jak wentylator.

$$\frac{F}{S} = \eta \frac{v_0}{d} \; lub \; \sigma = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \tag{2}$$

Stałą proporcjonalności η w równaniach (1) i (2) nazywa się współczynnikiem lepkości. W równaniu (2) gradient prędkości $\frac{v_0}{d}$ zapisaliśmy w bardziej ogólnej postaci jako $\frac{\partial v_x}{\partial y}$. Można pokazać, że gradient prędkości jest równy szybkości zmian odkształcenia ścinania[2]. A więc naprężenie styczne w cieczy jest wprost proporcjonalne do szybkości zmian odkształcenia ścinającego, a stałą proporcjonalności jest współczynnik lepkości. Ciecze dla których zachodzi ta zależność, czyli spełniające równanie (2) nazywa się cieczami newtonowskimi.

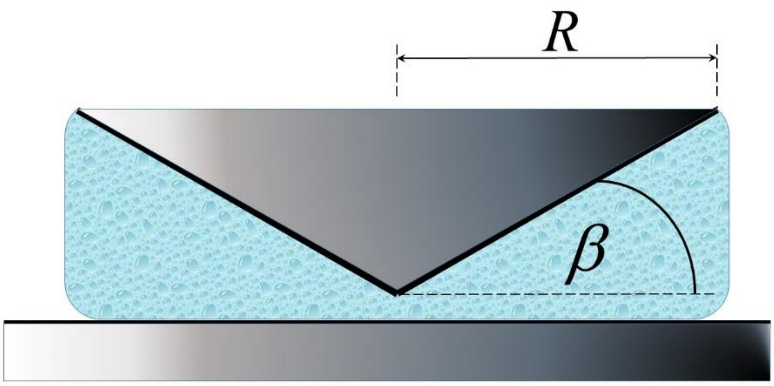
Współczynnik lepkości zależy od oddziaływań międzycząsteczkowych. W związku z tym dla cieczy maleje on wraz z temperaturą zgodnie z zależnością arrheniusowską tzn.:

$$\eta = \eta_0 exp(E_A/kT) \tag{2}$$

gdzie E_A jest energią aktywacji, k – stałą Boltzmanna, a T temperaturą w skali Kelwina.

Zasada działania wiskozymetru rotacyjnego

Wiskozymetr rotacyjny Rheotest 2.1 umożliwia pomiary współczynników lepkości cieczy w dwóch geometriach pomiaru. Badana ciecz znajduje się albo pomiędzy dwiema powierzchniami cylindrycznymi, albo pomiędzy płaszczyzną i stożkiem. W doświadczeniu wykorzystujemy tę drugą geometrię. Kroplę badanej cieczy umieszcza się na płaszczyźnie, którą następnie przy pomocy śruby mikrometrycznej zbliża się do powierzchni zakończonej stożkiem o kącie rozwarcia bliskiemu *180^o*.



Rys. 2. Geometria pomiaru używana w doświadczeniu: kropla cieczy umieszczona jest pomiędzy nieruchoma płaszczyzną i wirującym stożkiem.

Powierzchnię stożkową wprawia się w ruch obrotowy o zadanej prędkości kątowej. Można pokazać, że moment siły działający na obracający się stożek jest proporcjonalny do współczynnika lepkości badanej cieczy oraz do prędkości kątowej stożka i dany jest równaniem:

---

[2] $\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)$. Zmieniliśmy kolejność różniczkowania. $\frac{\partial x}{\partial y}$ jest odkształceniem ścinającym.

$$M = -\frac{2}{3}\frac{\pi R^3}{\mathrm{tg}\beta}\eta\omega \quad (3)$$

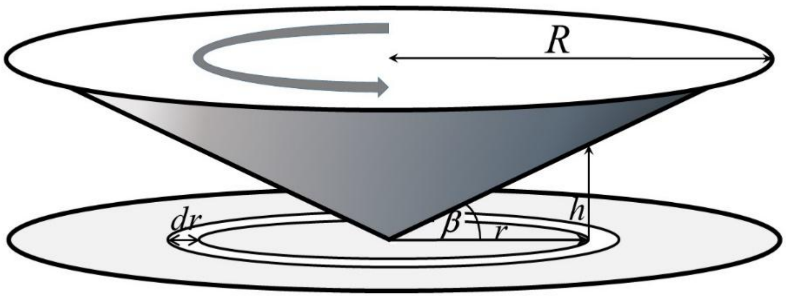
gdzie

M – moment siły,
R - promień stożka,
η – współczynnik lepkości,
ω – prędkość kątowa stożka,
β – kąt pomiędzy stożkiem i płaszczyzną.

Znak „ – „ jest związany z tym, że zwrot momentu siły jest przeciwny do zwrotu prędkości kątowej stożka.

W eksperymencie mierzy się moment siły działającej na stożek. Zgrubną wartość w jednostkach własnych przyrządu odczytuje się na jednostce kontrolnej wiskozymetru (jest to parametr α, oraz przy pośrednictwie karty oscyloskopowej, wynik pomiaru jest zapisywany poprzez odpowiednie oprogramowanie w pamięci komputera.

Wyprowadzenie zależności (3) pomiędzy momentem siły a współczynnikiem lepkości:



Rys. 3. Geometria pomiaru płaszczyzna – stożek, rysunek pomocniczy do wyprowadzenia wzoru na moment siły działający na stożek.

Rozpatrujemy element powierzchni zaznaczony na rysunku, o powierzchni $dS = 2\pi r dr$. Siła lepkości działająca na ten element powierzchni, zgodnie z równaniem (1) ma wartość równą:

$$dF = \eta \frac{v(r)}{h(r)} dS$$

Moment siły pochodzący od rozpatrywanego pierścienia ma wartość:

$$dM = rdF$$

$$dM = -\eta \frac{rv(r)}{h(r)} dS$$

$$v(r) = r\omega$$

$$dM = -\eta \frac{r^2\omega}{h(r)} dS$$

Znak „ – „ określa zwrot momentu siły, który jest przeciwny do kierunku prędkości obrotowej stożka. Z zależności trygonometrycznych możemy wyliczyć odległość między powierzchniami dla rozpatrywanego elementu powierzchni.

$h(r) = rtg\beta$

$$dM = -\eta \frac{r^2\omega}{r\mathrm{tg}\beta} 2\pi r dr = -\eta \frac{\omega}{\mathrm{tg}\beta} 2\pi r^2 dr$$

Całkując powyższe przyczynki do momentu siły otrzymujemy poszukiwany wzór:

$$M = -\int_0^R \eta \frac{\omega}{\mathrm{tg}\beta} 2\pi r^2 dr = -2\pi\eta \frac{\omega}{\mathrm{tg}\beta} \cdot \frac{R^3}{3}$$