

## Ćwiczenie 29

# Fale podłużne w ciałach stałych

### *Cel ćwiczenia*

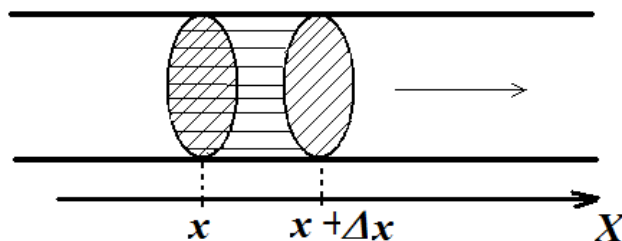
Wyznaczenie modułu Younga dla różnych materiałów na podstawie pomiaru prędkości rozchodzenia się fali dźwiękowej w pręcie.

### *Zagadnienia*

1. Ruch falowy.
2. Równanie falowe, fale harmoniczne.
3. Prędkość rozchodzenia fal sprężystych.
4. Interferencja fal.
5. Fala stojąca, częstotliwości własne.
6. Fala koherentna.
7. Analiza Fouriera.
8. Drgania prętów, strun i słupów powietrza.

### *Wprowadzenie*

Fala podłużna w pręcie powstaje na skutek chwilowego wychylenia się fragmentu pręta z położenia równowagi i następujących po nim drgań. Drgania te, dzięki sprężystości ośrodka, mogą być przekazywane dalej i mogą rozchodzić się po całym ośrodku. Szybkość rozchodzenia się fali zależy od bezwładności i sprężystości ośrodka, w którym się rozchodzi. Aby znaleźć związek pomiędzy modułem Younga a prędkością rozchodzenia fali rozważmy mały wycinek jednorodnego pręta o grubości  $\Delta x$  jak na Rysunku 1.



Rysunek 1. Wycinek pręta pomiędzy  $x$  i  $x + \Delta x$ . Kierunek osi  $X$  zgodny z kierunkiem propagacji fali

Rozpatrując naprężenie  $\sigma$  w punkcie  $x$  oraz  $x+\Delta x$  na rysunku, a także oznaczając średnie przemieszczenie wycinka pręta jako  $\Psi(x,t)$ , można zapisać równanie ruchu w postaci

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = S(\sigma(x + \Delta x) - \sigma(x)) \quad (1)$$

$S$ - powierzchnia przekroju,

$\rho$  – gęstość materiału z którego wykonany jest pręt.

Z (1) po przekształceniach

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\sigma(x+\Delta x) - \sigma(x)}{\Delta x} \quad (2)$$

Gdy  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (3)$$

oraz biorąc pod uwagę prawo Hooke'a

$$\sigma = \varepsilon E \quad (4)$$

gdzie  $\varepsilon$  - odkształcenie względne, czyli

$$\varepsilon = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (5)$$

otrzymujemy równanie d'Alemberta

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} \quad (6)$$

z którego widać, że prędkość rozchodzenia się fali w pręcie wynosi:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (7)$$

a co za tym idzie, moduł Younga jest równy

$$E = \rho v^2 \quad (8)$$

Fala padająca i fala odbita w pręcie, interferują ze sobą tworząc falę stojącą. Odległość między węzłami fali stojącej stanowi połowę jej długości

$$l = \frac{1}{2} \lambda$$

Znając częstotliwość fali  $f$  oraz odległość  $l$  między węzłami można obliczyć prędkość fali

$$v = 2lf$$

Prowadzi to do wyrażenia na moduł Younga

$$E = 4\rho l^2 f^2$$

Falę dźwiękową w pręcie można przybliżyć jako złożenie drgań harmonicznym sinusoidalnym. Wykorzystując szybką transformację Fouriera do analizy pakietu sinusoid, można określić odpowiadające im wartości częstotliwości. Częstotliwość odpowiadająca najniższemu tonowi to częstotliwość podstawowa w szeregu częstotliwości harmonicznym. Częstotliwości harmoniczne są wielokrotnością częstotliwości podstawowej, czyli

$$f_k = f_0 \cdot k, \text{ gdzie } k = 2, 3, \dots$$

## 2. Aparatura pomiarowa

1. Komputer stacjonarny Dell z systemem Windows XP i mikrofonem
2. Zainstalowane oprogramowanie Zelscope.
3. Zestaw ośmiu prętów, o różnych kształtach (stalowe, miedziane, mosiężne, aluminiowe, ze szkła kwarcowego).
4. Suwmiarka
5. Miarka w rolce o podziałce 1 mm
6. Młotek
7. Waga elektroniczna firmy RADWAG model WTB 200 o dokładności 0.001g
8. Waga Detecto firmy CompArt o dokł. 1g

## 3. Metoda pomiaru

1. W celu wyznaczenia gęstości poszczególnych materiałów należy zważyć i zmierzyć próbki wykonane z tych samych materiałów z których wykonane są pręty bądź same pręty, jeśli nie ma odpowiadających im próbek.
2. Zapoznać się z obsługą programu Zelscope  
Menu *Settings* → *ADC and buffer length* wybrać częstotliwość próbkowania 192000  
Panel główny *HORIZONTAL* zmienić z *TIME* na *FREQ*

Przyciski *Play* i *Pause* pozwalają wybrać odpowiedni moment do odczytu (wyraźnie widoczne jak najwięcej harmonicznym)

Zakres częstotliwości (oś pozioma) można zmieniać strzałkami  $\rightarrow$  i  $\leftarrow$  w okienku *HORIZONTAL* panelu głównego, a zakres mocy (oś pionowa) strzałkami  $\uparrow$  i  $\downarrow$  w okienku *VERTICAL* panelu głównego,

3. Ustawić mikrofon przy wybranym przecię.
4. Uderzyć (z wyczuciem) młotkiem w koniec pręta podwieszonoego na dwóch niciach. Zaobserwować jaki obraz powstaje na oscyloskopie w programie Zelscope (odczyt obrazu po szybkiej transformacji Fouriera FFT).
5. Zarejestrować obraz z widocznymi harmonicznymi – użyć opcji *Save data as text* (lub odczytać wartości z ekranu i zapisać)
6. Odczytać i zapisać w Tabeli 1. wartości odpowiadające harmonicznym.

Nr harmonicznej	Częstotliwość $f$ [Hz]	Długość fali $\lambda$ [m]	Prędkość fali $v$ [m/s]

Tabela 1. Zarejestrowane częstotliwości dla składowych harmonicznym oraz wyliczone na tej podstawie długość fali  $\lambda$  i prędkość fali  $v$ .

7. Na podstawie otrzymanej długości fali wyliczyć średnią prędkość dźwięku w danym materiale oraz oszacować niepewność wyznaczenia prędkości dźwięku.
8. Wyliczyć moduł Younga dla danego materiału.
9. Punkty 3-8 powtarzać dla kolejnym prętów.

*Dodatkowo:* Przeprowadzić obserwacje dla wymuszonych węzłów, czyli przy zaciśniętych na prętach zaciskach.