

Ćwiczenie 51: Współczynnik załamania światła dla ciał stałych.

Joanna Janik-Kokoszka

Światło jest falą elektromagnetyczną o długości fali λ z zakresu długości, na które reaguje oko ludzkie. Jak każda fala charakteryzuje się częstotliwością oraz prędkością, które wiążą się ze sobą równaniem:

$$c = \lambda f \quad (1)$$

gdzie c jest wartością prędkości światła w próżni, λ – długością fali, a f – jej częstotliwością.

Prędkość światła w próżni ma stałą wartość $c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, niezależną od częstotliwości oraz od kierunku rozchodzenia się fali.

Barwa¹ światła jest związana z częstotliwością² fali (a więc także pośrednio z jej długością). Gdy fala rozchodzi się w ośrodku innym niż próżnia, zarówno jej długość λ jak i wartość prędkości v jest mniejsza niż w próżni. Obie te wielkości w ośrodku materialnym zależą od częstotliwości.

Własności optyczne ośrodka charakteryzuje się podając tzw. współczynnik załamania światła. **Bezwzględny współczynnik załamania światła, n** , definiuje się jako stosunek wartości prędkości światła w próżni, c , do wartości prędkości, v , w danym ośrodku:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2)$$

Ponieważ prędkość światła w próżni ma zwykle³ większą wartość niż prędkość światła przechodzącego przez dowolny ośrodek materialny, więc współczynnik załamania światła przyjmuje wartości większe od 1⁴. Przykładowo dla wody $n = 1.33$, natomiast dla szkła, w zależności od jego rodzaju, przybiera on wartości w granicach 1.5 – 1.9. Wartość współczynnika załamania światła dla powietrza jest bliska jedności (1.0003) i zaokrąglana do 1 w dalszych rozważaniach.

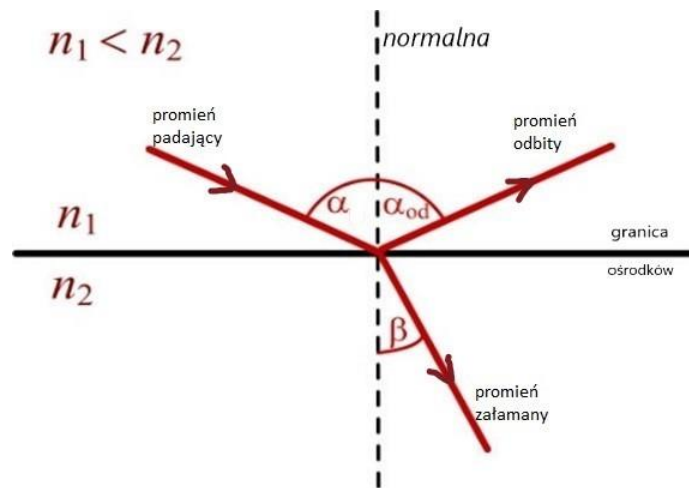
Jeżeli promień światła pada na granicę dwóch ośrodków o różnych własnościach optycznych (czyli o różnych wartościach współczynników załamania światła), wówczas część światła ulega odbiciu od powierzchni granicznej, a część przechodzi do drugiego ośrodka. Wszystkie trzy promienie, czyli promień padający, odbity i załamany leżą w jednej płaszczyźnie. Zachowanie światła na granicy dwóch ośrodków wynika z praw Maxwella.

¹ Odczucie barwy jest efektem fizjologicznym, interpretowanym przez mózg. Czerwona kulka będzie interpretowana jako taka w różnych typach oświetlenia. Zdjęcie fotograficzne odzwierciedli różną barwę tej kulki w zależności od oświetlenia, ponieważ aparat nie dokonuje interpretacji barwy tak, jak czyni to nasz mózg.

² Światło np. czerwonego lasera wchodzące do szklanego pryzmatu zmienia swoją długość, nie zmieniając częstotliwości – my nadal widzimy je jako czerwone.

³ Chodzi o prędkość grupową, która jest prędkością przenoszenia informacji. W definicji współczynnika załamania światła występuje prędkość fazowa.

⁴ Dla większości ciał przezroczystych z którymi mamy do czynienia współczynnik załamania światła ma wartość większą od jedności. W pewnych warunkach może on być wielkością zespoloną, może również przyjmować wartości mniejsze od jedności. Jest to związane z różnicą między prędkością fazową oraz grupową fali w danych warunkach.



Rys. 1: Promień padający na granicę dwóch ośrodków o współczynnikach załamania światła n_1 i n_2 częściowo się odbija, a częściowo przechodzi do drugiego ośrodka załamując się pod kątem β .

Podstawowymi prawami optyki geometrycznej są prawo odbicia oraz prawo załamania światła. **Prawo odbicia światła**, które było znane już w starożytności, można sformułować następująco:

Kąt padania jest równy kątowi odbicia, czyli $\alpha = \alpha_{od}$, oraz α , α_{od} i normalna leżą w jednej płaszczyźnie.

gdzie α oraz α_{od} są odpowiednio kątami padania i odbicia światła. W optyce kąty mierzy się względem normalnej⁵ do powierzchni

Prawo załamania światła, odkryte na gruncie doświadczalnym i sformułowane przez Snelliusa, mówi, że:

Stosunek sinusów kąta padania i kąta załamania światła jest wielkością stałą:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \text{const}, \quad (3)$$

gdzie α oraz β są odpowiednio kątami padania i załamania. Stała w powyższym równaniu jest równa względnemu współczynnikowi załamania światła ośrodka 2 względem 1, czyli n_{21} , który definiuje się następująco:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2} \quad (4)$$

Prawo załamania światła dane jest więc równaniem:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin\beta} = n_{21} \quad (5)$$

Korzystając z równań (4) i (5) i przekształcając odpowiednio otrzymujemy łatwe do zapamiętania równanie:

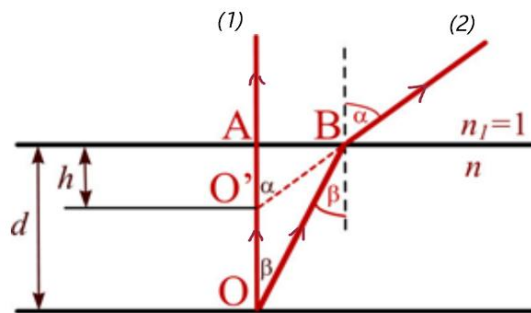
$$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta) \quad (6)$$

⁵ Normalna to prosta prostopadła do danej powierzchni w danym punkcie.

Prawa odbicia i załamania światła można wyprowadzić w prosty sposób korzystając z zasady Fermata. Zasada ta, sformułowana w XVII w., mówi, że *promień świetlny przebiega pomiędzy dwoma punktami taką drogą, żeby czas na jej przebycie był ekstremalny*⁶. Kolejną zasadą, która pozwala na sformułowanie praw odbicia i załamania światła, jest zasada Huygensa. Zgodnie z nią, *każdy punkt czoła fali jest źródłem fal kulistych. Nowe czoło fali (np. po czasie t) jest dane przez powierzchnię styczną do tych fal kulistych*.

Zasada pomiaru - bieg promieni światła przez płytkę płasko-równoległą.

Współczynnik załamania światła dla ciał stałych wyznacza się dokonując pomiaru rzeczywistej oraz pozornej grubości płytki płasko-równoległej. Mniejsza od rzeczywistej pozorna grubość płytki mierzona przy pomocy mikroskopu wynika ze sposobu w jaki załamuje się światło przechodzące z ośrodka optycznie gęstszego do rzadszego. Źródło światła i inne przedmioty znajdujące się na pewnej głębokości, w ośrodku optycznie gęstszym (np. szkło), wydają się być bliższe⁷, gdy są obserwowane z powietrza, czyli ośrodka optycznie rzadszego⁸. Jeżeli umieścimy np. źródło światła na dolnej ścianie płytki, to bieg promieni będzie wyglądał jak na rys. 2.



Rys. 2. Bieg promieni w płytce płasko-równoległej. Źródło światła jest umieszczone w punkcie O w ośrodku o współczynniku załamania światła n . Obserwacje prowadzimy z powietrza ($n \approx 1$). Pozorny obraz źródła powstaje w punkcie O' . Grubość rzeczywista płytki wynosi d , a jej grubość pozorna h .

Wystarczy prześledzić bieg dowolnych dwóch promieni, aby stwierdzić, gdzie uzyskamy obraz źródła. Promień (1) wychodzi z punktu O prostopadłe do powierzchni rozgraniczającej ośrodki, w związku z czym na tej granicy nie ulega załamaniu. Promień (2) pada na tę granicę pod kątem β i ulega załamaniu zgodnie z prawem Snelliusa. Promienie (1) i (2) są rozbieżne, otrzymany obraz jest więc obrazem pozornym powstającym na przecięciu przedłużeń tych promieni.

⁶ Zwykle jest to czas minimalny.

⁷ Otrzymany obraz jest obrazem pozornym, czyli to mózg interpretuje bieg promieni tak, jakby przedmiot znajdował się w tym punkcie, jest on więc złudzeniem optycznym. Obrazu pozornego nie da się zaobserwować na ekranie.

⁸ Oczywiście dotyczy to również innych ośrodków optycznie rzadszych.

⁹ Kąty na rysunku są dla przejrzystości rysunku zdecydowanie przesadzone.

Odległość od górnej powierzchni płytki A do obrazu pozornego O' jest więc pozorną grubością płytki. Z prawa załamania światła otrzymujemy:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{1}{n} \quad (7)$$

Dla małych kątów $\sin\alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$, więc:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{n} \quad (8)$$

Z zależności trygonometrycznych w trójkątach ABO oraz ABO' otrzymujemy $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AB}{h}$ oraz $\operatorname{tg}\beta = \frac{AB}{d}$, gdzie d jest grubością rzeczywistą płytki, a h jej grubością pozorną. Stąd:

$$\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\frac{AB}{d}}{\frac{AB}{h}} = \frac{h}{d} = \frac{1}{n} \quad (9)$$

Współczynnik załamania światła dla płytki dany jest więc wzorem:

$$n = \frac{d}{h} \quad (10)$$

Dyspersja światła

Współczynnik załamania światła w ośrodkach materialnych zależy od długości fali. Zwykle dla fal krótszych ma on większą wartość. Jeżeli światło składa się z fal o kilku różnych długościach fali, to w wyniku załamania pod różnymi kątami dla różnych długości fali, zostanie ono rozszczepione na swoje składowe. Światło białe jest sumą fal elektromagnetycznych o długościach z zakresu około 400 nm – 700 nm. Rozszczepienie światła białego daje w wyniku widmo ciągłe. Zjawisko to nazywa się dyspersją chromatyczną.

Dla światła widzialnego współczynnik załamania światła maleje wraz z długością fali, czyli

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0. \quad (11)$$

Gdy ta zależność jest spełniona mówi się o dyspersji normalnej. Wzór empiryczny wiążący współczynnik załamania światła z długością fali, dla obszaru o dyspersji normalnej, został zdefiniowany przez Cauchy'ego i w skróconej wersji ma postać:

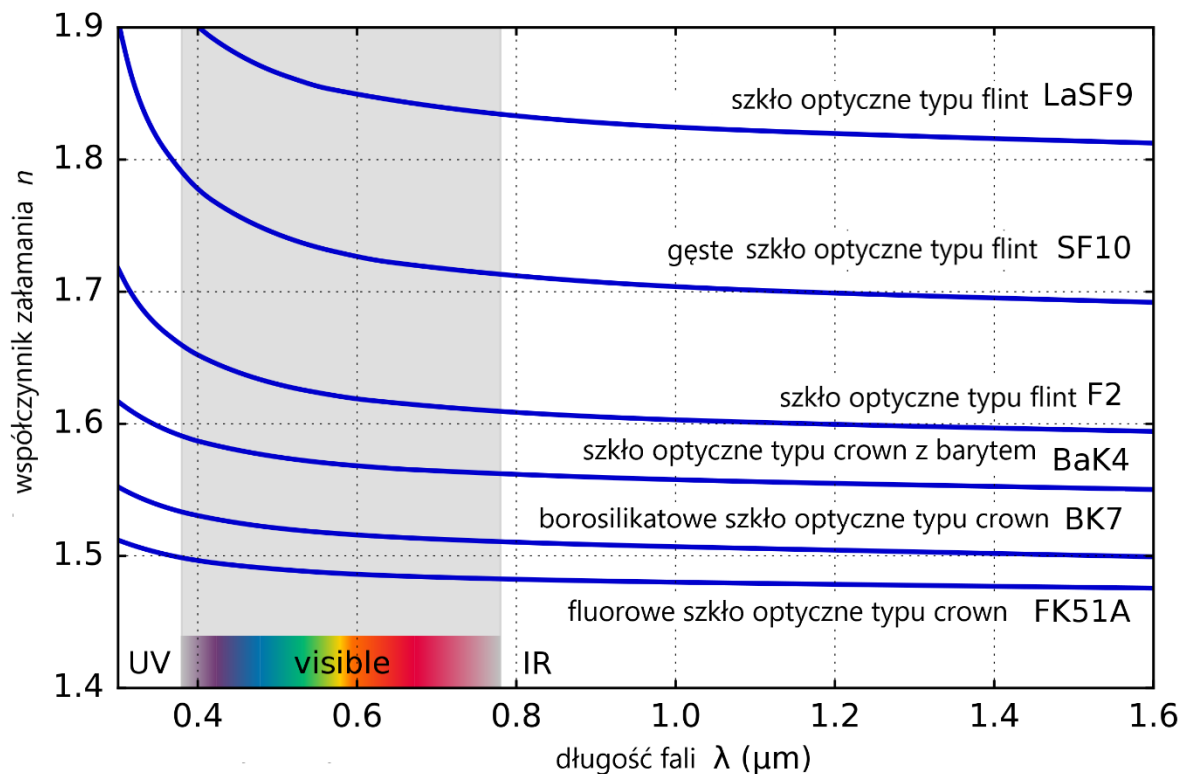
$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (12)$$

Należy zwrócić uwagę, że λ w powyższym wzorze jest długością fali elektromagnetycznej wyliczoną dla próżni przy wykorzystaniu równania (1), a nie długością fali w danym materiale¹⁰.

W niektórych przypadkach współczynnik załamania światła nie zależy od długości fali (tak jest np. dla próżni). Takie ośrodki nazywa się niedispersyjnymi.

¹⁰ Ze względu na zmianę prędkości fali w materiale przezroczystym, przy zachowaniu jej częstotliwości, długość fali musi się zmienić. W rozpatrywanym zakresie widma długość fali w materiale przezroczystym jest mniejsza niż odpowiadająca jej długość w próżni.

Zależność współczynnika załamania światła w zależności od długości fali (w próżni!) jest przedstawiona na Rys. 3.



Rys. 3: Zależność współczynnika załamania światła od długości fali dla kilku rodzajów szkła. (wykres pochodzi ze strony : [https://pl.wikipedia.org/wiki/Dyspersja_\(optyka\)#/media/Plik:Indice_refraction_dispersion_vannes_flint_crown.svg](https://pl.wikipedia.org/wiki/Dyspersja_(optyka)#/media/Plik:Indice_refraction_dispersion_vannes_flint_crown.svg))

Opis doświadczenia:

Celem ćwiczenia jest pomiar współczynnika załamania światła dla szkła oraz pleksi oraz sprawdzenie dyspersyjnej zależności Cauchy'ego. Doświadczenie wykonuje się mierząc rzeczywistą (d) oraz pozorną (h) grubość płytki wykonanej z odpowiedniego materiału, a następnie wylicza się współczynnik załamania światła korzystając ze wzoru (10). Grubość rzeczywistą mierzy się przy pomocy śruby mikrometrycznej z dokładnością do 0.01 mm. Pomiar grubości pozornej wykonuje się umieszczając na stoliku mikroskopu wyposażonego w czujnik mikrometryczny płytkę, na której górnej i dolnej powierzchni są narysowane kreski (np. pionowa i pozioma). Czujnik mikrometryczny umożliwia pomiar położenia stolika mikroskopu, gdy ostro widzimy obraz górnej kreski (co odpowiada położeniu płaszczyzny rozgraniczającej ośrodki o różnych gęstościach optycznych (u nas: powietrze i szkło lub pleksi)) oraz pomiar położenia stolika, gdy ostro jest widziana dolna kreska (odpowiada to położeniu jej obrazu). Różnica tych dwóch wskazań jest równa pozornej grubości płytki. Dokładność każdego z tych pomiarów wynosi 0.01 mm, ale wykonywane są one wielokrotnie z uwagi na to, że określenie „ostrego obrazu” podlega subiektywnej ocenie eksperymentatora i jako takie, obarczone jest błędem przypadkowym.

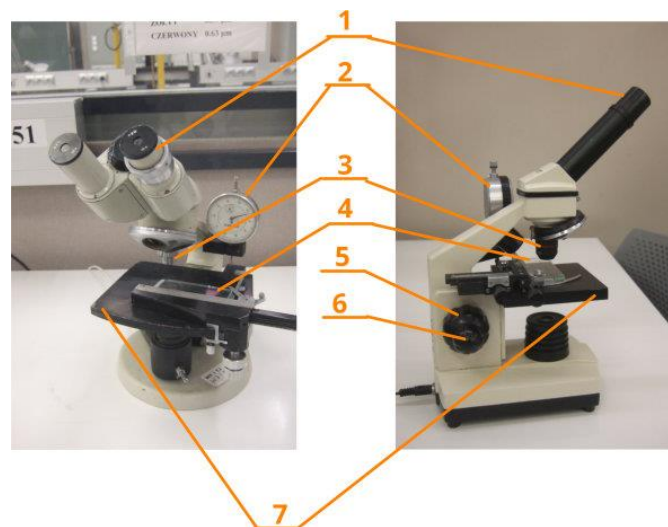
Sprawdzenie zależności Cauchy'ego sprowadza się do pomiaru współczynnika załamania światła w przypadku oświetlenia płytki światłem przechodzącym przez kolorowe filtry. Sprawdza się przede wszystkim czy jest spełniony warunek dyspersji normalnej, czyli czy $\frac{\Delta n}{\Delta \lambda}$ jest mniejsze od zera. Można to zaobserwować wykonując wykres zależności $n(\lambda)$ dla dostępnych 4 różnych długości fal

Budowa i działanie mikroskopu



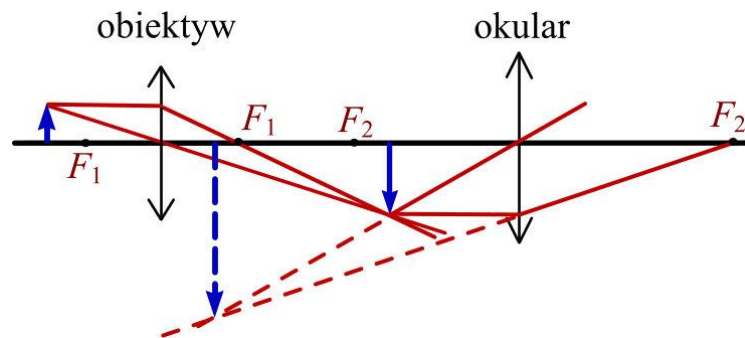
Rys. 4. Badana płytka umieszczona na stoliku mikroskopu. Na zdjęciu widać również czujnik mikrometryczny.

Dokładny pomiar położenia obu kresek jest możliwy dzięki temu, że mikroskop umożliwia pomiar obiektu z dużym powiększeniem, przy równoczesnej małej głębi ostrości. Mikroskop (rys. 5) składa się z obiektywu (3) i okularu (1), tubusu, stolika (7), na którym umieszcza się badaną płytkę (4), do którego przytyka czujnik mikrometryczny (2) oraz źródła światła.



Rys. 5. Mikroskopy używane w pomiarach, opis w tekście.

Obraz przedmiotu umieszczonego na stoliku powstaje po przejściu przez obiektyw wewnątrz mikroskopu. Jest to obraz rzeczywisty i powiększony (rys. 6). Następnie dzięki okularowi otrzymuje się obraz pozorny i powiększony jeszcze bardziej. Powiększenie mikroskopu jest równe iloczynowi powiększeń obiektywu i okularu. Położenie stolika w celu uzyskania ostrego obrazu zmienia się przy pomocy pokrętki (5) - przesuw zgrubny oraz (6) przesuw dokładny.



Rys. 6. Bieg promieni w mikroskopie. Przedmiot jest umieszczony w odległości pomiędzy $2f$ a f od obiektywu. Obraz rzeczywisty, powiększony powinien powstać pomiędzy ogniskiem okularu, a okularom. Obraz ten jest "przedmiotem" dla dalszego biegu promieni. W rezultacie otrzymujemy obraz powiększony, pozorny i odwrócony (w stosunku do przedmiotu).