

# Mechanika kwantowa

## Zestaw 5

- 5.1. Proszę znaleźć ewolucję czasową stanu  $|\psi(t)\rangle$ , jeżeli hamiltonian układu ma postać

$$\hat{H} = \epsilon \hat{P},$$

gdzie  $\hat{P}$  jest operatorem rzutowym, a  $\epsilon$  jest stałą o wymiarze energii.

- 5.2 Hamiltonian układu dwustanowego ma postać

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \epsilon & v \\ v & \epsilon \end{bmatrix},$$

gdzie  $v \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Proszę znaleźć ewolucję czasową tego układu dla  $t > 0$ , przyjmując że w chwili początkowej rozpatrywany układ znajdował się w stanie

$$|\psi(0)\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

- 5.3. Proszę znaleźć zależność czasową wartości oczekiwanej operatora  $\hat{A}$  w stanie  $|\psi(t)\rangle$  dla kwantowego układu dynamicznego scharakteryzowanego hamiltonianem  $\hat{H}$ .
- 5.4. Niech komutator odpowiadający hamiltonianowi  $\hat{H}$  układu izolowanego i operatora  $\hat{A}$  jest równy stałej  $\alpha$ , tzn.

$$[\hat{H}, \hat{A}] = \alpha \hat{1}.$$

Proszę znaleźć wartość oczekiwaną tego operatora w stanie  $|\psi(t)\rangle$  dla czasu  $t > 0$ , gdy w chwili początkowej układ znajdował się w stanie własnym operatora odpowiadającym wartości własnej  $a$ .

- 5.5. Naładowany oscylator harmoniczny o ładunku  $q$  i masie  $m$  jest umieszczony w oscylującym polu elektrycznym o natężeniu  $E(t) = E_0 \cos \Omega t$ . Hamiltonian takiego układu ma postać

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega\hat{x}^2 + qE(t)\hat{x}.$$

Proszę znaleźć szybkość zmian wartości oczekiwanej operatora położenia i pędu.