

Mechanika kwantowa

Zestaw 8

- 8.1. Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w nieskończonej studni potencjału

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq L/2 \\ \infty, & |x| > L/2. \end{cases}$$

Proszę sprawdzić jak zmieniają się funkcje własne i wartości własne, gdy przesunięty zostanie obszar studni z $[-L/2, L/2]$ na $[0, L]$.

- 8.2. Cząstka o masie m jest uwięziona w nieskończonej studni potencjału o szerokości L . Funkcja falowa odpowiadająca stanowi tej cząstki ma postać:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{10L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + A \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{3}{\sqrt{5L}} \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right).$$

Proszę:

- znaleźć stałą A ,
- podać jakie są możliwe wyniki pomiaru energii i jakie są ich prawdopodobieństwa.

Wskazówka: Funkcje własne i wartości własne dla cząstki uwięzionej w nieskończonej studni potencjału mają postać:

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2.$$

- 8.3. Proszę obliczyć średnią wartość wychYLENIA oscylatora harmonicznego z położenia równowagi.

Wskazówka:

Skorzystać ze wzoru rekurencyjnego dla wielomianów Hermite'a

$$2nH_{n-1}(\xi) - 2\xi H_n + H_{n+1}(\xi) = 0.$$

- 8.4. Proszę udowodnić, że średnia wartość pędu w stanie stacjonarnym widma dyskretnego jest równa zeru.

- 8.5. Proszę znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się w polu siły o potencjale $U(x) = -U_0\delta(x)$.