

- Zasady dynamiki Newtona

- Równania ruchu:  $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$  lub  $m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$

1. Wykresy.

Zależność energii potencjalnej układu dwóch cząstek odległych od siebie o  $r$  wyraża się wzorem

$$E_p(r) = \frac{a}{r^6} - \frac{b}{r^4},$$

gdzie  $a$  i  $b$  są stałymi dodatnimi. Przedstaw na wykresie zależność  $E_p$  w funkcji  $r$ .

(Wskaz.: Odpowiedź znajdziesz w zakładce "abecadło matematyczne...", plik *pochodne.pdf*).

2. Ruch jednostajny po okręgu określony jest przez  $|\vec{r}| = R = const$  i  $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = const$ . W układzie kartezjańskim wektor wodzący wskazujący położenie poruszającego się punktu:

$$\vec{r}(t) = R \cos \varphi \hat{i} + R \sin \varphi \hat{j},$$

gdzie kąt  $\varphi = \varphi(t)$  pomiędzy osią  $x$  a wektorem wodzącym  $\vec{r}$  jest funkcją czasu. 1) Znajdź wektory prędkości  $\vec{v}$  i przyspieszenia  $\vec{a}$  (przez różniczkowanie, pamiętając, że  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ ) oraz wartości tych wektorów, 2) Oblicz iloczyn skalarny  $\vec{v} \cdot \vec{r}$ . Czy są to wektory prostopadłe? 3) Oblicz iloczyn wektorowy  $\vec{r} \times \vec{a}$ . Czy są to wektory równoległe czy antyrównoległe?

3. Znaleźć wartość siły (stałej) działającej na ciało o masie 2.5 kg jeśli w ciągu 5 s od chwili spoczynku przebyło ono drogę 40 m.
4. Cegła leży nieruchomo na desce, która jest nachylona do poziomu pod kątem  $30^\circ$ . Narysuj wszystkie siły działające na cegłę.
5. Ciało o masie  $M$  wiszące na linie spuszczaemy z wysokości  $d$  pionowo w dół tak, że ma stałe, skierowane do dołu przyspieszenie, równe  $\frac{g}{4}$ . Znaleźć naprężenie liny.
6. Samochód wjeżdżając na wznoszący się odcinek drogi miał prędkość początkową 36 km/godz. Znaleźć drogę, jaką przebył samochód (na wyłączonym silniku) do chwili zatrzymania się, oraz czas trwania ruchu opóźnionego, jeśli współczynnik tarcia  $\mu = 0.5$ , a kąt nachylenia drogi  $\alpha = 10^\circ$ . Na szkicu narysuj siły działające na samochód.
7. Na równi pochyłej o kącie nachylenia  $30^\circ$  umieszczona jest masa 3 kg, która połączona jest nieważką i nierozciągliwą nitką, przełożoną przez mogący się obracać bez tarcia krążek, ze zwisającą swobodnie drugą masą 2 kg. Obliczyć przyspieszenie obu mas (także jego kierunek) oraz naprężenie nitki jeśli ruch odbywa się bez tarcia. Ruch krążka zaniedbać.
8. Ciało o masie  $M$  wiszące na linie spuszczaemy z wysokości  $d$  pionowo w dół tak, że ma stałe, skierowane do dołu przyspieszenie, równe  $\frac{g}{4}$ . Znaleźć naprężenie liny.
9. Masa  $m$  spada swobodnie z pewnej wysokości, bez prędkości początkowej. Napisać równanie ruchu (II zas. dyn.), w którym nieznaną funkcją jest  $v(t)$ , w przypadkach: a) bez oporu powietrza, b) uwzględniając, że siła oporu jest proporcjonalna do prędkości,  $F = k \cdot v(t)$  ( $k$  - stała). Znaleźć rozwiązanie (tzn.  $v(t)$ ) dla przypadku a) i zrobić wykres  $v(t)$ . Dla przypadku b) pokazać, że istnieje maksymalna prędkość, którą może uzyskać spadająca masa (tzw. prędkość graniczna). Jakim wzorem się ona wyraża?  
(punkt b) zrobimy wspólnie na ćwiczeniach)
10. Ruch masy  $m$ , który odbywa się pod wpływem siły  $F$  zmieniającej się proporcjonalnie do wychylenia  $x$  tej masy od punktu równowagi i przeciwnie skierowanej do tego wychylenia ( $F = -kx$ ,  $k$  - stały dodatni współczynnik) nazywany jest ruchem harmonicznym. Takim ruchem poruszać się może np. ciężarek zawieszony na sprężynie. Napisz równanie tego ruchu (II zas. dyn.). Zgadnij rozwiązanie  $x(t)$ , które spełnia to równanie (zgadywanie to też dobry sposób rozwiązywania równań różniczkowych).