• ruch harmoniczny, drgania

Zadanie 13 z poprz. zestawu:

Ciało o masie 0.1 kg wykonuje ruch harmoniczny o amplitudzie 1 m i okresie 0.2 s. Jaka jest maksymalna siła działająca na to ciało podczas ruchu. Jaki jest współczynnik sprężystości sprężyny, jeśli drgania odbywają się pod wpływem działania sprężyny?

Wiemy, że ruch masy m odbywa się pod wpływem siły sprężystości $F = -kx$ (ruch pod wpływem takiej siły nazywamy harmonicznym) i z II zas. dyn. mamy równanie $m\,x''(t) = -k\,x(t)$. Jeśli wprowadzimy oznaczenie $\omega^2 = \frac{k}{m}$ to rozwiązanie równania, którym jest funkcja opisująca położenie drgającej masy, może byż zapisane jako $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$. Wielkość ω jest związana z okresowością funkcji sinus i stąd jej związek z okresem drgań: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ($\omega T = 2\pi$ jest okresem sinusa).
Odpowiedzi:
1) obliczenie wsp. sprężystości: $k = m\omega^2 = m(\frac{2\pi}{T})^2$. Dla danych zadania $k = 98.7$ kg/s^2;
2) obliczenie maksymalnej siły: $F_{max} = kx_{max} = kA = 98.7$ N.

1. Zadnia dot. drgań harmonicznych z poprzedniego zestawu.

2. Masz sprężynę o współczynniku sprężystości k i długości swobodnej l_o. Potrzebujesz sprężyny o współczynniku sprężystości trzy razy większym. Ile należy odciąć?

   Wskaz. Skorzystaj, że zgodnie z prawem Hooke'a, wydłużenie sprężyny pod wpływem zadanej siły F jest proporcjonalne do długości swobodnej sprężyny.

3. Przedmiot leży na tłoku, który porusza sie ruchem harmonicznym w kierunku pionowym z okresem 1s. a) Przy jakiej amplitudzie przedmiot oddzieli się od tłoka? b) Jeśli drgania tłoka mają amplitudę 5 cm, to jaka jest maksymalna częstość, przy której tłok i przedmiot jeszcze się stykają.

   Wszkaz.: czy przyspieszenie masy m względem tłoka może być różne od zera podczas tego ruchu?

4. Jak połączyć (szeregowo? równolegle?) dwie sprężyny o współczynnikach sprężystości odpowiednio k_1, k_2, ażeby współczynnik sprężystości k połączonych sprążyn wynosił: a)$k = \frac{k_1 k_2}{k_1+k_2}$, b) $k = k_1 + k_2$?

5. Wahadło fizyczne. Przykładowe zagadnienie: krążek z blachy (masa 0.2 kg, średnica 15 cm) zawieszono swobodnie na osi poziomej, przechodzącej przez punkt odległy od środka krążka o 2/3 R i wprawiono w ruch drgający. Stosując II zas dyn. dla ruchu obrotowego zapisać równanie ruchu, a następnie określić warunek, dla którego będzie to ruch harmoniczny. Znaleźć wzór na okres małych drgań i obliczyć ten okres dla konkretnych danych.

6. Wahadlem jest cienki pręt o długości $L = 0.5$ m i masie m, zamocowany obrotowo w punkcie odległym o $d = 20$ cm od środka. Znajdź wzór na okres małych drgań takiego wahadła.

7. Znaleźć amplitudę drgań harmonicznych punktu materialnego, jeżeli jego całkowita energia jest równa $4 \cdot 10^{-2}\ J$, a działająca nań siła przy wychyleniu do połowy amplitudy jest równa $2\ N$.

8. a) Naszkicuj wykres zależności od czasu t położenia $x(t)$ drgającego ruchem harmonicznym ciała $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_o)$, dla przypadku gdy faza początkowa jest równa zero; b) Naszkicuj na jednym wykresie zależność od czasu t: energii potencjalnej $E_p(t)$, energii kinetycznej $E_k(t)$ i energii całkowitej $E(t) = E_p(t) + E_k(t)$ w ruchu harmonicznym.

9. Pokaż, że sumaryczna energia kinetyczna i potencjalna jest stała w ruchu harmonicznym.

10. Obliczyć średnią energię kinetyczną i średnią energię potencjalną w czasie jednego okresu ruchu harmonicznego (bez tłumienia).

    Wskaz.: posłuż się definicją wartości średniej funkcji $f(x)$ w przedziale od $x = a$ do $x = b$: $\bar{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$.

11. Przygotować teoretycznie zagadnienie: drgania tłumione i drgania wymuszone.