

### Pole elektryczne, obliczanie natężenia pola cd.; prawo Gaussa i jego zastosowanie

Wskaz. do zad.:

Znaleźć siłę działającą na ładunek punktowy  $10^{-8}$  C, znajdujący się w środku półokręgu o promieniu 5 cm, na którym znajduje się równomiernie rozłożony ładunek  $Q = 3 \cdot 10^{-7}$  C.

Szukana siła:  $\vec{F} = \int d\vec{F}$ , gdzie wektor pod całką  $d\vec{F}$  jest siłą pochodzącą od małego elementarnego ładunku  $dQ$  leżącego na wycinku  $ds = R d\alpha$ ; jego wartość wynosi  $dF = k \frac{q dQ}{R^2}$ .

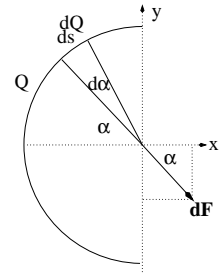
Ładunek  $dQ = \text{gęstość liniowa ładunku} \times ds = \frac{Q}{\pi R} R d\alpha = Q d\alpha$ .

Rozłóż wektor  $d\vec{F}$  na składowe  $dF_x, dF_y$  wzdłuż  $x$  i  $y$ .

Wtedy  $\vec{F} = (\int dF_x) \hat{i} + (\int dF_y) \hat{j}$ . Pokaż, że ze względu na stałą gęstość liniową ładunku  $Q$  na półokręgu i symetrię względem osi  $x$  druga całka się zeruje i wypadkowy wektor  $\vec{F}$  ma kierunek  $x$  i wartość  $F = \int dF_x = \int dF \cos \alpha$ .

Obliczenia:  $F = \int dF \cos \alpha$ ; wstaw  $dF, dQ$  tak, aby funkcja podcałkowa zależała tylko od  $\alpha$ , a zmienną całkowania było  $\alpha$ , wyciąkuj w granicach zmienności  $\alpha$  ( $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ ) i otrzymaj wynik

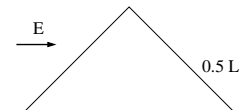
$$F = \frac{2kqQ}{\pi R^2}. \text{ Odpowiedź: } \vec{F} = \left( \frac{2kqQ}{\pi R^2}, 0 \right) = \dots \text{ (wstaw dane liczbowe)}$$



- Dwie jednakowe metalowe kulki, o masie  $m = 0.02$  g każda, wiszą na nitkach o długości  $l = 0.2$  m zaczepionych w jednym punkcie. Jedną z kulek odchyłono i naładowano. Po zetknięciu się ze sobą kulki rozeszły się i nitki utworzyły kąt  $\alpha = 60^\circ$ . Znaleźć wielkość ładunku z jaką naładowano początkowo odchyloną kulkę. (Odp.:  $2.96 \cdot 10^{-8}$  C)
- Przy przesunięciu ładunku  $2 \cdot 10^{-4}$  C w polu elektrycznym została wykonana praca 0.6 J. Oblicz różnicę potencjałów pomiędzy początkowym i końcowym punktem drogi. (odp.: 3 kV)
- Dwa elektrony znajdują się w spoczynku w odległości 2 m od siebie. Trzeci elektron zostaje wystrzelony z nieskończoności i zatrzymuje się w połowie odległości pomiędzy pozostałymi dwoma elektronami. Jak musi być jego prędkość początkowa?  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$  kg,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  C. (wsk.: stosuj zasadę zachowania energii, odp.:  $63.6$  m/s =  $229$  km/h)
- Jednostka energii 1 elektronowolt (1 eV) jest zdefiniowana jako energia, którą nabywa elektron przyspieszany różnicą potencjałów 1 V (czyli przemieszczając się pomiędzy punktami których potencjały różnią się o 1 V). Przelicz 1 eV na dżule.
- Proszę powtórzyć i przygotować (wykład, książka, internet etc.) prawo Gaussa i przykłady jego zastosowania. Definicja i obliczanie strumienia pola elektrycznego.

Kwadratową kartkę papieru o boku  $L = 15$  cm zagięto przez środek pod kątem  $90^\circ$  i położono na poziomym stole (rys.), w miejscu gdzie istnieje poziomo skierowane,

6. jednorodne pole elektryczne o wartości  $E = 10^5$  N/C. Znaleźć strumień pola elektrycznego przechodzący przez: a) lewą ściankę, b) prawą ściankę, c) obie ścianki. (odp.: a)  $-\frac{\sqrt{2}}{4} EL^2$ , b)  $\frac{\sqrt{2}}{4} EL^2$ , c) 0)



7. Pokazać jak z prawa Gaussa wynika prawo Coulomba.

Wskaz: otocz ładunek punktowy powierzchnią Gaussa, która jest sferą o promieniu  $r$

8. W jednorodnym polu  $\vec{E}$  umieszczona jest półsfera  $S$  o promieniu  $R$  tak, że jej oś symetrii jest równoległa do linii pola. Pokaż, że strumień pola elektrycznego przechodzący przez półsferę wynosi:  $\Phi_E = \pi R^2 E$ . (wskaz: zamknij półsferę denkiem i do takiej powierzchni zamkniętej zastosuj prawo Gaussa)
9. Stosując prawo Gaussa wyprowadzić wzory określające natężenie pola elektrycznego wokół:
  - a) naładowanej jednorodnie metalowej (przewodzącej) płaszczyzny, a także dla naładowanej jednorodnie dużej płyty dielektrycznej,
  - b) jednorodnie naładowanego, nieskończenie długiego, cienkiego pręta,
  - c) kuli o promieniu  $R$  naładowanej objętościowo i jednorodnie (stała gęstość ładunku), dla punktów wewnętrznych i zewnętrznych i to samo ale dla kuli metalowej (przewodnik),
  - d) wewnątrz i na zewnątrz cylindrycznego kondensatora o nieskończonej długości i o promieniach okładek  $r_1$  i  $r_2$ , przyjmując, że ładunek przypadający na jednostkę długości każdego z cylindrów wynosi  $\lambda$ . Wykonać wykresy  $E(r)$  dla poszczególnych przypadków.

Kolejna kartkówka będzie dotyczyć materiału z zestawu 10.