• drgania harmoniczne tłumione i wymuszone; • początek elektrostatyki: pole elektryczne ładunku punktowego, natężenie, potencjał, prawo Coulomba, składanie pól (zasada superpozycji)

1. a) Ruch drgający tłumiony. Ruch drgający masy m (np. przyczepionej do sprężyny) odbywa się w ośrodku, w którym wystepuje siła oporu (np. opór powietrza) proporcjonalna do do prędkości drgającej masy, $F_t = bv$, gdzie b jest współczynnikiem oporu. Sformułuj równanie opisujące ten ruch.

   b) Po upływie czasu $t = 15\ s$ amplituda drgań kamertonu zmniejszyła się 100 razy. Znaleźć współczynnik tłumienia drgań $\beta = b/2m$.

2. a) Ruch harmoniczny tłumiony z wymuszeniem. Ułożyć równanie drgań harmonicznych (np. sprężyna, wahadło) z uwzględnieniem tłumienia i zakładając, że obecna jest siła wymuszająca, zmieniająca się sinusoidalnie, $F = F_o \cos \omega t$.

   b) Znaleźć amplitudę drgań wymuszonych ciężarka o masie 0.2 kg, zawieszonego na lekkiej sprężenie o współczynniku sprężystości 10 N/m, jeśli sinusoidalna siła wymuszająca ma amplitudę 2 N i częstość dwa razy większą od częstości drgań własnych ciężarka, a współczynnik tłumienia jest równy 0.5 1/s. Ilokrotnie obliczona amplituda jest mniejsza od amplitudy uzyskiwanej dla częstości rezonansowej?

3. Rozpatrz obwód elektryczny z zad.4-go, zestawu 8, ktory zawiera oprócz cewki opór R połaczony z nią szeregowo. Zapisz równanie opisujące zmiany ładunku $q(t)$ na okładkach kondensatora uwzględniając istnienie oporu elektrycznego, pokaż że jest to równanie harmoniczne z tłumieniem, podaj jego rozwiązanie $q(t)$. Jaki wzór opisuje okres oscylacji ładunku?
   Wskaz.: Spadek npięcia na oporniku opisuje prawo Ohma $U_R = iR$

4. Pokaż, że zmiana w czasie t energii całkowitej $E = E_p + E_k$ drgań tłumionych wyraża się, w przypadku gdy tłumienie jest b. małe ($\beta << \omega_o,\ \omega \approx \omega_o$), wzorem $E(t) = E_o e^{-2\beta t}$, gdzie $E_o = \frac{1}{2} A^2 m \omega_o^2$.
   Wskaz.: dla małego tłumienia czynnik $e^{-\beta t}$ może być uważny za stały w czasie, cała lokalna zmienność $x(t)$ pochodzi praktycznie od zmienności czynnika $\sin \omega t$.

5. Kulka o masie $m = 100$ g zawieszona na nieważkiej sprężynie o współczynniku sprężystości $k_1 = 0.1$ N/m wykonuje drgania w ośrodku o współczynniku tłumienia $\beta = 0.01$ 1/s. Jaką sprężynę (o jakim współczynniku sprężystości k_2) i jak (szeregowo, równolegle?) należy dołączyć aby drgania nie mogły zachodzić w danym ośrodku?
   Wskaz.: pamiętaj o warunku, przy którym rozwiązanie równania ruchu ma charakter oscylacyjny ($\omega_o > \beta$).

6. Przyjmij wartość częstości drgań własnych $\omega_o = 10$, amplitudę natężenia siły wymuszającej $f_o = 100$. Rozpatrz drgania wymuszone w ośrodkach o współczynniku tłumienia: a) $\beta = 0.1$, b) $\beta = 1$. Wszystkie wielkości podane wyżej są wyrażone w jednostkach układu SI.

   Dla obu przypadków wykonaj obliczenia numeryczne funkcji $A(\omega)$ w przedziale $(0, 5\,\omega_o)$ (w kilkudziesięciu punktach, zagęść w okolicy ω_{rez}) i narysuj możliwie dokładne wykresy $A(\omega)$ (są to tzw. krzywe rezonansowe). **To zadanie proszę zapisać i oddać na ćwiczeniach.**

7. Do sprężyny o stałej sprężystości $k = 204.7$ N/n i zaniedbywalnej masie zawieszona jest masa $m = 0.404$ kg, tak że po rozciągnięciu sprężyny pozostaje ona w spoczynku. Do drugiego końca sprężyny (od góry) przyczepiony jest tłok, który od pewnego momentu wykonuje ruch do góry i do dołu z siła $F = 29.4 \cos \omega t$ N (gdzie $\omega = 17.1$ Hz). Jakie jest maksymalne wychylenie z położenia równowagi zawieszonej masy. Jaka jest maksymalna prędkość jaką osiąga ta masa? (Przyjąć, że tłumienie jest zaniedbywalnie małe.)

8. Zgodnie z prawem Coulomba dwa ładunki punktowe $Q,\ q$ odległe o r oddziaływuja wzajemnie siłami $\vec{F} = k \dfrac{Qq}{r^2} \dfrac{\vec{r}}{r}$. a) Znajdź energię potencjalną układu, przyjmując, że jest ona równa zero gdy ładunki są nieskończenie daleko od siebie. Naszkicuj wykresy $E_p(r)$ dla przypadków ładunków jednoimiennych i różnoimiennych. b) Podaj wzór na potencjał pola elektrycznego wytworzonego w odległości r od Q.

9. Dwa ładunki elektryczne $+Q$ i $-Q$ znajdują się w odległości d. Znajdź: a) natężenie pola elektrycznego $\mathbf{E}$, b) potencjał V w środku odcinka łączącego ładunki. c) Oblicz wartości E i V (w jednostkach układu SI) dla $Q = 10^{-8}$ C, $d = 1$ m, $\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}$ $\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$.

10. Znaleźć siłę działającą na ładunek punktowy 10^{-8} C, znajdujący się w środku półokręgu o promieniu 5 cm, na którym znajduje się równomiernie rozłożony ładunek $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ C.