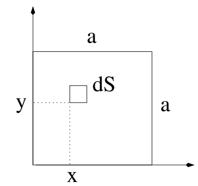
• zasada zachowania pędu cd.; • zderzenia; • ruch zmiennej masy; • ruch obrotowy



1. Oblicz w którym punkcie podeprzeć niejednorodną, cienką płytkę kwadratową o boku a tak, aby mogła być w równowadze w położeniu poziomym. Powierzchniowa gęstość płytki zmienia się następująco: $\rho(x,y) = A(x+3y),\ A = const$ (rys.).

2. *Zderzenie sprężyste centralne.* Cząstka m_1 o prędkości v_1 zderza się centralnie i sprężyście ze spoczywającą cząstką m_2 (taki układ odniesienia nazywa sie zwyczajowo układem laboratoryjnym (LAB)). a) Znaleźć prędkości i pędy cząstek po zderzeniu w układzie LAB. b) Znaleźć prędkości i pędy cząstek przed i po zderzeniu w układzie środka mas (CM).

3. Obliczyć jaką część energii kinetycznej straci neutron w zderzeniu centralnym i sprężystym z jądrem o masie atomowej A, będącym w spoczynku. Znaleźć tę liczbę dla zderzenia z jądrem a) wodoru, b) tlenu.

4. *Zderzenia niecentralne.* W zderzeniu sprężystym cząstki α z jądrem tlenu kierunek cząstki α po zderzeniu tworzy kat $\varphi = 64^o$ względem pierwotnego kierunku. Jądro odrzutu (tlen), będące początkowo w spoczynku, zostaje odrzucone pod kątem $\psi = 51^o$. Obliczyć stosunek prędkości obu cząstek po zderzeniu.

5. *Zderzenie niesprężyste.* W wahadło o masie 2 kg uderza pocisk o masie 10 g. Po tym uderzeniu środek masy wahadła unosi się o 12 cm, licząc w kierunku pionowym. Obliczyć: a) prędkość pocisku przed zderzeniem, przyjmując, że utkwił on w wahadle, b) ilość ciepła, które wydzieliło się w wahadle.

6. *Energia dostępna dla reakcji.* Przy zderzeniach cząstek może dochodzić do reakcji, w wyniku której z obu cząstek powstaje nowy obiekt. Jeśli reakcja jest endotermiczna to może do niej dojść pod warunkiem, że po złączeniu cząstek pozostaje w układzie jeszcze pewna nadwyżka energii, nie mniejsza niż wymagana energia progowa reakcji. Tę nawyżkę należy obliczać w układzie środka mas.
   Proszę rozpatrzyć układ dwóch cząstek, z których jedna, o masie M, spoczywa, a w nią uderza cząstka o masie m z prędkością v. Cząstka m wnosi do układu energię kintetyczną $E_o = 1/2mv^2$. Pokazać, że dostępna energia dla zajścia reakcji wynosi $E = \frac{M}{m+M}E_o$.

7. *Ruch zmiennej masy.* Proszę zastosować drugą zasadę dynamiki $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ dla opisania ruchu w sytuacji, w której masa m zmienia sie w czasie ($\frac{dm}{dt} \neq 0$). Wyprowadzić wzór:
   $$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) - \vec{v}_1\frac{dm}{dt},$$
   gdzie $\vec{F}$ jest siła zewnętrzną, $\vec{v}$ jest prędkością masy m w chwili t, a $\vec{v}_1$ to prędkość ubywającej (przybywającej) masy dm. (Często wygodnie jest wprowadzić prędkość względną $\vec{u}$ masy dm względem m, $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}$ i posługiwać się równaniem w postaci $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u}\,\frac{dm}{dt}$.)
   Wskaz.: Jeśli w jakiejś chwili t pęd wynosił $\vec{p}(t) = m(t)\vec{v}(t)$ to po upływie czasu dt pęd układu będzie złożony z dwóch pędów: $(m+dm)(\vec{v}+d\vec{v})$ (pęd zmienionej masy) oraz $-dm\cdot\vec{v}_1$ (pęd fragmentu o masie dm, który się odłączył (przyłączył)) w czasie dt. Następnie obliczyć przyrost pędu $d\vec{p} = \vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t)$, rozpisać go, pominąć wyraz zawierający iloczyn dwóch nieskończenie małych wielkości $dm \cdot d\vec{v}$ i zastosować II zasadę dynamiki $\vec{F} = d\vec{p}/dt$.

8. Rakieta porusza się w przestrzeni kosmicznej, wyrzucając w sposób ciągły strumień gazów ze stałą prędkością u względem rakiety. W chwili początkowej masa rakiety wynosiła m_0 a jej prędkość była równa v_0. Znaleźć prędkość rakiety v w funkcji czasu, prędkość maksymalną w chwili gdy wyczerpie się zapas paliwa, który stanowi n–tą część całkowitej masy oraz czas, po którym to nastąpi. Predkość zmiany masy rakiety wynosi $\frac{dm}{dt} = -\lambda = const$ (wyrzut gazów).

9. Zadanie nadobowiązkowe. a) W pewnym momencie z wagonu o masie M_o, poruszającego się ze stałą prędkością v_o, zaczyna się wysypywać piasek. Ubytek masy w jednostce czasu $\mu = \frac{dM}{dt}$ jest stały. Znajdź prędkość wagonu jako funkcję czasu i przedstaw ją na wykresie. Przyjąć, że ruch jest bez tarcia. Założyć, że znana jest początkowa masa piasku $m_p < M$.

b) Ten sam wagon wjeżdża z prędkością v_o pod nieruchomy taśmociąg, z którego sypie się z góry piasek w stałym tempie $\mu = \frac{dm}{dt}$ (m - masa piasku). Jaka będzie prędkość wagonu po przejechaniu pod taśmociągiem, jeśli długość wagonu wynosi L?

10. *Ruch obrotowy.* Definicje momentu siły, momentu bezwładności, wektora przyspieszenia kątowego, momentu pędu; II zasada dynamiki dla ruchu obrotowego; energia kinetyczna w ruchu obrotowym

11. Oblicz składowe oraz wartość momentu siły względem punktu obrotu o współrzędnych (0,0), jeśli siła $\vec{F} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$ [N] zaczepiona jest:
    a) w punkcie o współrzędnych (2,3) [m], b) w punkcie o współrzędnych (0,2) [m]. c) Jaki kąt tworzy moment siły obliczony dla przypadku b) z osią x?

12. Do koła o promieniu R = 0.5 m i momencie bezwładności I = 20 m^2 przyłożono stały moment sił M = 50 N $\cdot$ m. Znaleźć przyspieszenie kątowe oraz prędkość liniową punktów na obwodzie przy końcu 10-tej sekundy ruchu (predkość początkową przyjąć zero).

13. Ciało o momencie bezwładności I obraca się z prędkością kątową ω_o. W chwili $t = 0$ zaczyna nań działać malejący w czasie moment siły $M = M_o e^{-At}$ (t – czas, M_o, A – stałe dodatnie). Jaka jest prędkość kątowa ciała w chwili t? (wsk.: zapisz równanie ruchu, czyli II zas. dyn. dla ruchu obrotowego, rozseparuj zmienne w równaniu, wykonaj całkowanie)