

- ruch obrotowy cd., II zasada dynamiki dla ruchu obrotowego; • moment bezwładności, tw. Steinera;
 - energia kinetyczna w ruchu obrotowym; • moment pędu, zasada zachowania momentu pędu
1. Proszę rozwiązać zadanie 5 zestaw 3 (ruch dwóch mas połączonych nicią) z uwzględnieniem ruchu krążka, którego masa wynosi $M = 1.5$ kg, a promień $R = 4$ cm. *Wskaz: należy dołączyć równanie (II zas. dyn.) dla obrotu walca (siły naciągu nici po obu stronach walca są różnej wartości, dlaczego?)*
 2. Znajdź wzór na moment bezwładności jednorodnej kuli o masie m i promieniu R względem osi: a) przechodzącej przez środek kuli, b) względem osi stycznej do kuli. Przypomnienie i wskazówka: element objętości w układzie sferycznym $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$. (odp.: $\frac{2}{5}mR^2$, $\frac{7}{5}mR^2$)
 3. Proszę umieć wyprowadzić wzory na moment bezwładności dla: a) a) pręta, względem osi prostopadłej do niego, walca, względem osi symetrii, c) prostokątnej płytki o bokach (a, b) względem osi prostopadłej i przechodzącej przez środek płytki, d) cienkiej płytki w kształcie półkola o promieniu R , względem osi pokrywającej się ze średnicą płytki, e) cienkiej powłoki sferycznej względem osi przechodzącej przez środek symetrii.
 4. Do końca nici nawiniętej na bęben o promieniu $R = 10$ cm przywiązano ciężar o masie $m = 0.5$ kg. Znaleźć moment bezwładności bębna, jeśli wiadomo, że ciężar opuszcza się z przyspieszeniem $a = 1$ m/s².
 5. Obliczyć energię kinetyczną krążka o masie 2 kg toczącego się bez poślizgu po poziomej powierzchni z prędkością 2 m/s.
 6. *Ruch postępowo-obrotowy bez poślizgu.* Z równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się bez poślizgu jednorodna kula o promieniu R i masie m . Prędkość początkowa kuli jest równa zero. Oblicz: a) przyspieszenie środka masy kuli a_{CM} , b) siłę tarcia T pomiędzy kulą a równią, c) po jakim czasie kula przebędzie odległość L ? d) jaką prędkość będzie wtedy miał środek masy kuli? e) Oblicz prędkość z punktu c) wychodząc z zasady zachowania energii.
Odp: a) $\frac{5}{7}g \sin \alpha$, b) $\frac{2}{7}g \sin \alpha$, c) $\sqrt{\frac{14L}{5g \sin \alpha}}$, c) e) $v = \sqrt{\frac{10}{7}Lg \sin \alpha}$. Pytanie: dlaczego stosując ZZE nie uwzględniamy straty energii związanej z pracą siły tarcia?
 7. Z wierzchołka równi zaczynają się w pewnej chwili staczać kula i walec o takich samych masach i promieniach. Które z nich stoczy się wcześniej?
 8. *Ruch z poślizgiem.* Kula ślizga się po doskonale gładkiej poziomej powierzchni z prędkością ruchu postępowego v_o (bez obrotów). W pewnej chwili dociera do obszaru gdzie powierzchnia jest chropowata, charakteryzująca się współczynnikiem tarcia μ . Pojawia się siła tarcia T (stała), która spowalnia ruch postępowy i jednocześnie jej moment TR zapoczątkowuje ruch obrotowy względem środka masy kuli. Jest to faza ruchu postępowo-obrotowego z poślizgiem. Toczenie się bez poślizgu zacznie się wtedy, gdy prędkość liniowa punktów na obwodzie kuli ωR zrówna się z prędkością ruchu postępowego środka masy kuli v .
a) Znajdź odległość jaką przebędzie kula na szorstkiej powierzchni do momentu rozpoczęcia toczenia bez poślizgu (odp.: $\frac{12v_o^2}{49\mu g}$). b) Jakim ruchem i z jaką prędkością będzie się poruszać tocząca się bez poślizgu kula?
 9. Jednorodny walec o masie m i promieniu r wprawiono w ruch obrotowy o prędkości kątowej ω_o i położono na stole. Opisz ruch walca, znajdź czas t po którym zacznie się ruch bez poślizgu. Jaka wtedy będzie prędkość środka masy walca? Ile ciepła Q wydzielili się od chwili położenia walca na stole do chwili, gdy zacznie się on toczyć po stole ze stałą prędkością?
Wskaz: w fazie ruchu z poślizgiem stała siła tarcia powoduje ruch postępowy jednostajnie przyspieszony środka masy oraz ruch obrotowy jednostajnie opóźniony. Poślizg ustaje gdy rosnąca prędkość ruchu postępowego zrówna się z malejącą prędkością ruchu obwodowego walca. Ten warunek pozwala obliczyć czas, w którym to nastąpi, zależny oczywiście od wsp. tarcia μ . Natomiast strata energii związana z pracą siły tarcia w fazie poślizgu od μ zależy nie będzie.

10. Zasada zachowania momentu pędu. Wystrzelona z karabinu kula o masie m i prędkości v wbija się prostopadle w koniec pionowo wiszącego pręta o długości l i masie M , który może swobodnie obracać się dookoła poziomej osi przechodzącej prostopadle przez jego drugi koniec. Obliczyć kąt α o jaki odchyli się pręt, zakładając, że $0 < \alpha < \pi$.

Wskaz.: Zderzenie niesprężyste, zachowany jest moment pędu układu

11. *Zachowanie momentu pędu*

Dwa krążki o momentach bezwładności I_1 i I_2 względem swoich osi zamocowane są tak, że mogą się obracać wokół swych osi prostopadłych do ich powierzchni. Krążki znajdują się jeden nad drugim, tak że ich osie obrotu pokrywają się. W chwili początkowej krążki obracają się w prędkościami kątowymi ω_1 i ω_2 ($\omega_1 \neq \omega_2$). Oba krążki zbliżono do siebie i wskutek tarcia ich prędkości kątowe wyrównały się. Jakie wielkości są zachowane w tym procesie? Oblicz końcowe prędkości krążków oraz ilość ciepła jaka wydzieli się podczas tarcia między krążkami.

12. Na obracającej się bez tarcia, z częstością 1 min^{-1} , platformie znajduje się człowiek. Ma on ramiona wyciągnięte w bok i w każdej ręce trzyma ciężarek. W tej pozycji całkowity moment bezwładności człowieka i platformy wynosi $6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Jeżeli z chwilą przyciągnięcia ciężarków do siebie człowiek zmniejszy ogólny moment bezwładności do $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ to a) jaka będzie prędkość kątowa platformy, b) o ile i kosztem czego zwiększy się jej energia kinetyczna?

Wskaz.: zachowany jest moment pędu układu

13. Zadanie nadobowiązkowe. Dysk umieszczony na osi prostopadłej do niego (masę jej zaniedbać) w odległości R od punktu podparcia został wprawiony w ruch obrotowy z prędkością kątową ω , przy czym oś obrotu nachylona jest do pionu pod kątem α . Opisać powstały ruch precesyjny i wyznaczyć prędkość precesji ω_p .

Wykonać obliczenia ω_p dla danych: średnica dysku 12 cm, $R = 7$ cm, częstość obrotów 10 obr/s.